



การแจกแจงความน่าจะเป็นของความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ ในภาคตะวันออกของประเทศไทย

Probability Distribution of Solar Radiation Intensity in Eastern Part of Thailand

ศศิگانต์ ด่านวิหาร, ภารดี มหา และ จุตาทพร เนียมวงษ์

Sasikan Danwihan, Paratee Maha and Jutaporn Neamvong

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

Department of Mathematics, Faculty of Science, Burapha University

Received : 2 June 2021

Revised : 3 August 2021

Accepted : 20 December 2021

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาการแจกแจงความน่าจะเป็นของความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ของจังหวัดในภาคตะวันออก ได้แก่จังหวัดปราจีนบุรี ตราด ชลบุรี และสระแก้ว โดยสนใจศึกษาการแจกแจงความน่าจะเป็นปกติ ล็อกนอร์มัล ไวบูล และแกมมา รวมไปถึงการศึกษาการแจกแจงความน่าจะเป็นผสม 2 องค์ประกอบ ใช้สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง และเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ ในการพิจารณาทดสอบการแจกแจงที่เหมาะสมกับข้อมูล ผลการทดสอบพบว่า ข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์จังหวัดปราจีนบุรี ตราด และสระแก้ว มีการแจกแจงไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ และ ข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์จังหวัดชลบุรี มีการแจกแจงแกมมาผสม 2 องค์ประกอบ

คำสำคัญ : การแจกแจงความน่าจะเป็นผสม ; การทดสอบภาวะสภาวะ ; ความเข้มรังสีดวงอาทิตย์

Abstract

In this research, we investigate probability distribution of solar radiation intensity in eastern provinces, i.e., Prachin Buri, Trat, Chon Buri, and Sa Kaeo. The probability distributions of interested are Normal, Lognormal, Weibull and Gamma distribution, including their two component mixture distribution. Anderson-Darling test and Akaike's information criterion are applied to test the best fit of distribution to the data. The results show that the mean of solar radiation intensity of Prachin Buri, Trat and Sa Kaeo approximate to two component mixture Weibull distribution and that of Chon Buri follows two component mixture gamma distribution.

Keywords : mixture probability distribution ; goodness of fit test ; solar radiation

*Corresponding author. E-mail : jutaporn@buu.ac.th



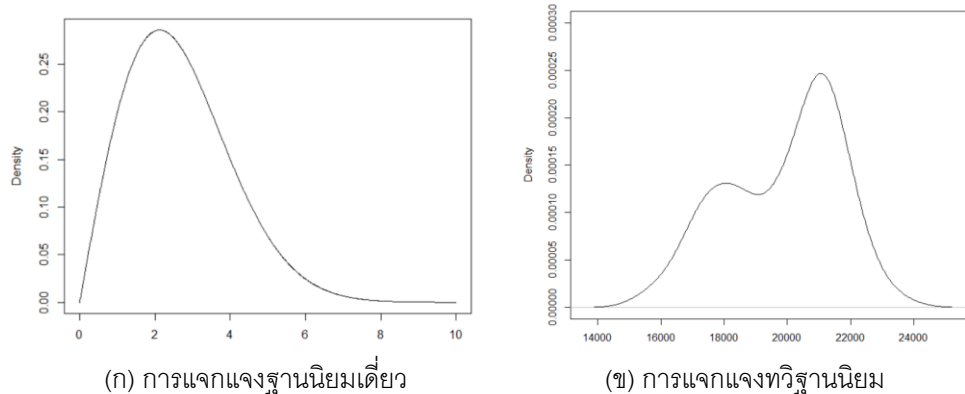
บทนำ

ความเข้มรังสีดวงอาทิตย์เป็นข้อมูลที่น่าสนใจในการศึกษาการແจกแฉงเนื่องจาก พลังงานจากดวงอาทิตย์เป็นพลังงานทางเลือกหนึ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการจัดการสถานการณ์พลังงานในยุคปัจจุบัน อีกทั้งยังเป็นพลังงานสะอาดไม่ทำปฏิกิริยาใด ๆ อันจะทำให้สิ่งแวดล้อมเป็นพิษ และเหมาะแก่การนำมาใช้ประโยชน์ทดแทนพลังงานฟอสซิลมีแนวโน้มราคาสูงขึ้นทุกวัน และกำลังหมดไปอย่างรวดเร็ว อีกทั้งยังเป็นสาเหตุหลักของภาวะโลกร้อน เซลล์แสงอาทิตย์จึงเป็นสิ่งประดิษฐ์ทางอิเล็กทรอนิกส์ชนิดหนึ่ง ที่ถูกนำมาใช้ผลิตไฟฟ้า เนื่องจากสามารถเปลี่ยนเซลล์แสงอาทิตย์ให้เป็นพลังงานไฟฟ้าได้โดยตรง ในส่วนของประเทศไทยซึ่งตั้งอยู่บริเวณใกล้เส้นศูนย์สูตร จึงได้รับพลังงานจากแสงอาทิตย์ในเกณฑ์สูง ประกอบด้วยพลังงานจากรังสีตรง (direct radiation) ประมาณ 50 เปอร์เซ็นต์ ส่วนที่เหลือเป็นพลังงานรังสีกระจาย (diffused radiation) การกระจายของความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ในแต่ละเดือนได้รับอิทธิพลของลมมรสุมและลักษณะภูมิศาสตร์ของพื้นที่ โดยมีค่าสูงสุดในเดือนเมษายน ค่าความเข้มรังสีดวงอาทิตย์สูงสุด 18.20 เมกะจูลต่อตารางเมตร-วัน และมีค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์รายวันต่อไปทั่วประเทศเท่ากับ 17.6 เมกะจูลต่อตารางเมตร-วัน ในปี 2560 ซึ่งมีค่าลดลงจาก 18.2 เมกะจูลต่อตารางเมตร-วัน ในปี 2557 (department of alternative energy development and efficiency, 2017; 2014) มีนักวิจัยศึกษาการແจกแฉงความน่าจะเป็นของความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ที่ประเทศไต้หวัน จากสถานีอุตุนิยมวิทยา 6 สถานี โดยทดสอบด้วยสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ สเมียร์นอฟ และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณ พบว่าข้อมูลรังสีดวงอาทิตย์มีการແจกแฉง ล็อกนอร์มัลทั้ง 6 สถานี (Chang, 2010) สำหรับงานวิจัยศึกษาการແจกแฉงความน่าจะเป็นของข้อมูลรังสีดวงอาทิตย์รายวัน ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร ปี 2551-2553 โดยทดสอบด้วยสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ สเมียร์นอฟ และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณพบว่าการແจกแฉงไวบูลเหมาะสมกับข้อมูลรังสีดวงอาทิตย์ทั้ง 3 ปี (Petsawat, 2011) และการศึกษาการແจกแฉงความน่าจะเป็นของรังสีดวงอาทิตย์รายชั่วโมง ในประเทศ Ghana โดยใช้ข้อมูล 14 ปี แยกวิเคราะห์รายเดือน โดยใช้สถิติค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย พบว่า ข้อมูลรังสีดวงอาทิตย์รายชั่วโมงเดือนมกราคม มีนาคม และ พฤษภาคม มีการແจกแฉงล็อกนอร์มัล เดือนเมษายนมีการແจกแฉงไวบูล เดือนกุมภาพันธ์ กรกฎาคม และธันวาคม มีการແจกแฉงเลขชี้กำลัง แกมมา ไวบูล และเรขาคณิต และเดือนเมษายน มิถุนายน สิงหาคม กันยายน ตุลาคม และพฤศจิกายน ข้อมูลรังสีดวงอาทิตย์รายชั่วโมงมีการແจกแฉงล็อกนอร์มัล เลขชี้กำลัง แกมมา ไวบูล และเรขาคณิต (Arthur & Gyamfi, 2013)

การทดสอบภาวะสารูปดี (goodness of fit test) มีวัตถุประสงค์เพื่อทดสอบเกี่ยวกับลักษณะต่าง ๆ ของประชากรว่าเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ อีกวัตถุประสงค์หนึ่งคือเพื่อทดสอบเกี่ยวกับการແจกแฉงของประชากรว่ามีลักษณะการແจกแฉงเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ ปัจจุบันการศึกษามีการพัฒนาการศึกษาในรูปแบบจำลองเพื่อลดค่าใช้จ่าย เวลาในการศึกษา อีกทั้งยังสามารถปรับสถานการณ์ในการศึกษาจากการจำลองได้ง่ายและรวดเร็ว สิ่งสำคัญของแบบจำลองคือแบบจำลองข้อมูลใช้จำลองโครงสร้างข้อมูลในระบบ ซึ่งเราจำเป็นต้องทราบถึงลักษณะการกระจายของข้อมูล ในบางกรณีรวมถึงการແจกแฉงความน่าจะเป็นของข้อมูล โดยที่ม้งานวิจัยจำนวนมากมีการศึกษาถึงการແจกแฉงความน่าจะเป็นของข้อมูลแล้วนำผลของการແจกแฉงที่ได้ไปใช้ในการจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อศึกษาในรายละเอียดต่อไป ตัวอย่างเช่น ศึกษาการແจกแฉงความน่าจะเป็นของการเข้ามารับบริการในแบบสุ่มมีແจกแฉงแบบเลขชี้กำลัง (Intarakumhang Na Rachasima, Arunotayanun, & Upayokin, 2020) เวลาการปฏิบัติงานของพนักงานมีการແจกแฉงไวบูล (Sae-Ang, 2015) จำนวนผู้ป่วย

เข้ามาใช้บริการในแผนกขนย้ายผู้ป่วยมีการแจกแจงปัวซอง (Poisson distribution) (Jansuwan, Sirivongpaisal, & Kongkaew, 2019) เวลาในการขนย้ายบล็อกแก้วจากหน้าประตูทางเข้าถึงตำแหน่งวางบล็อกแก้ว เวลาที่ใช้ในการวางบล็อกแก้ว และเวลาในการขนย้ายบล็อกแก้วจากตำแหน่งวางบล็อกแก้วถึงประตูทางออก การแจกแจงล็อกนอร์มัลสามพารามิเตอร์ (Bunterngchit, 2018) ในการทดสอบการแจกแจงความน่าจะเป็นที่สนใจนักวิจัยส่วนใหญ่ใช้การทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง (Alam, Emura, Farnham, & Yuan, 2018 ; Manoon, & Rahman, 2017 ; Rahman, Rahman, Zaman, Haddad, Ahsan, & Imteaz, 2013) ซึ่งเป็นสถิติที่มีกำลังการทดสอบสูง (Singla, Jain, & Sharma, 2016 ; Zhang, Li, Guo, Yang, & Zhang, 2018) หากมีการทดสอบที่เหมาะสมกับข้อมูลมากกว่าหนึ่งการแจกแจง จะใช้ค่าเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (Akaike information criterion : AIC) ซึ่งเหมาะสมกับการทดสอบการแจกแจงความน่าจะเป็น (Rahman, Rahman, Zaman, Haddad, Ahsan, & Imteaz, 2013 ; Sarpong, 2019)

การแจกแจงความน่าจะเป็นของข้อมูลที่พบในข้อมูลส่วนใหญ่จะมีการแจกแจงฐานนิยมเดี่ยว (unimodal distribution) หรือเรียกว่าการแจกแจงที่มีโด่งเดียว เช่นการแจกแจงปกติ การแจกแจงแกมมา เป็นต้น ดังภาพที่ 1 (ก) แต่อย่างไรก็ตามปัจจุบันมีข้อมูลจำนวนมากที่มีการแจกแจงทวิฐานนิยม (bimodal distribution) หรือการแจกแจงผสม (mixture distribution) ดังภาพที่ 1 (ข) ซึ่งเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นที่ประกอบไปด้วยการแจกแจงความน่าจะเป็น 2 การแจกแจงรวมกัน ตัวอย่างเช่น พลังงานลมมีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ และการแจกแจงความน่าจะเป็นปรกติผสม (Akpinar, & Akpinar, 2009)



ภาพที่ 1 การแจกแจงฐานนิยมเดี่ยวและการแจกแจงทวิฐานนิยม

จากการตรวจสอบงานวิจัยที่ผ่านมา ยังไม่พบการกระจายของค่าความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ที่มีการแจกแจงทวิฐานนิยม แต่อย่างไรก็ตามผู้วิจัยได้พิจารณาข้อมูลความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ของจังหวัดในภาคตะวันออกเฉียงเหนือปัจจุบันพบว่า การกระจายของข้อมูลมีลักษณะคล้ายทวิฐานนิยม ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ศึกษาถึงการแจกแจงความน่าจะเป็นของความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ในภาคตะวันออกเฉียงเหนือโดยสนใจศึกษาการแจกแจงปกติ ล็อกนอร์มัล ไวบูล แกมมา และการแจกแจงผสม 2 องค์ประกอบ เพื่อประโยชน์ต่อโครงการวิจัยหรือการศึกษาที่เกิดจากการใช้ความเข้มรังสีดวงอาทิตย์



วิธีดำเนินการวิจัย

ข้อมูลในการศึกษา

ข้อมูลที่นำมาศึกษาเป็นข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์รายเดือน (หน่วย : เมกะจูลต่อตารางเมตร- วัน) จากเว็บไซต์ของ ศักยภาพรังสีรวม (พลังงานแสงอาทิตย์จากการตรวจวัด) กรมพัฒนาพลังงานทดแทนและอนุรักษ์พลังงาน กระทรวงพลังงาน โดยศึกษาข้อมูลตั้งแต่ เดือนมกราคม พ.ศ.2550 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2562 จังหวัดในภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ซึ่งมีจำนวน 4 สถานี ได้แก่ ศูนย์บริการโครงการสูบน้ำด้วยไฟฟ้าจังหวัดปราจีนบุรี สถานีอุตุนิยมวิทยาคาร สถานีอุตุนิยมวิทยาชลบุรี และ สถานีอุตุนิยมวิทยาสระแก้ว กรมอุตุนิยมวิทยา แต่เนื่องจากพบว่าข้อมูลบางเดือนไม่ได้มีการบันทึกข้อมูลไว้ จึงมีข้อมูลในแต่ละสถานี จำนวน 124 ค่าสังเกต

การแจกแจงที่สนใจศึกษา

ผู้วิจัยได้ทบทวนวรรณกรรมเกี่ยวกับการแจกแจงของความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ในงานวิจัยต่าง ๆ (Petsawat, 2011 ; Akpinar, & Akpinar, 2009 ; Wichitchan, Yao, & Yang, 2019) และเลือกการแจกแจงความน่าจะเป็นที่สนใจศึกษาดังนี้

การแจกแจงปกติ (Normal distribution)

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right) ; -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

เมื่อ μ เป็นพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง σ เป็นพารามิเตอร์บ่งขนาด

การแจกแจงล็อกนอร์มัล (Lognormal distribution)

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right) ; x > 0, \sigma > 0, -\infty < \mu < \infty$$

เมื่อ μ เป็นพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง σ เป็นพารามิเตอร์บ่งขนาด

การแจกแจงไวบูล (Weibull distribution)

$$f(x; k, \lambda) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda} \right)^{k-1} \exp \left(-\left(\frac{x}{\lambda} \right)^k \right) ; x \geq 0, \lambda > 0, k > 0$$

เมื่อ k เป็นพารามิเตอร์บ่งรูปร่าง λ เป็นพารามิเตอร์บ่งขนาด

การแจกแจงแกมมา (Gamma distribution)

$$f(x; k, \theta) = \frac{1}{\Gamma(k)\theta^k} x^{k-1} \exp \left(-\frac{x}{\theta} \right) ; x \geq 0, k > 0, \theta > 0$$

เมื่อ k เป็นพารามิเตอร์บ่งรูปร่าง θ เป็นพารามิเตอร์บ่งขนาด



การแจกแจงปรกติผสม 2 องค์ประกอบ (two component mixture normal distribution)

$$f(x; \mu_i, \sigma^2_i) = w \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2} + (1-w) \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2} ; -\infty < x < \infty, -\infty < \mu_i < \infty, \sigma^2_i > 0$$

เมื่อ μ_i เป็นพารามิเตอร์ตำแหน่ง σ_i เป็นพารามิเตอร์ขนาด w เป็นค่าถ่วงน้ำหนัก

การแจกแจงล็อกนอร์มัลผสม 2 องค์ประกอบ (two component mixture lognormal distribution)

$$f(x; \mu_i, \sigma_i) = w \frac{1}{x\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(\ln x - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2} + (1-w) \frac{1}{x\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(\ln x - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2} ; x > 0, \sigma_i > 0, -\infty < \mu_i < \infty$$

เมื่อ μ_i เป็นพารามิเตอร์ตำแหน่ง σ_i เป็นพารามิเตอร์ขนาด w เป็นค่าถ่วงน้ำหนัก

การแจกแจงไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ (two component mixture weibull distribution)

$$f(x; k_i, \lambda_i) = w \frac{k_1}{\lambda_1} \left(\frac{x}{\lambda_1}\right)^{k_1-1} \exp^{-(x/\lambda_1)^{k_1}} + (1-w) \frac{k_2}{\lambda_2} \left(\frac{x}{\lambda_2}\right)^{k_2-1} \exp^{-(x/\lambda_2)^{k_2}} ; x \geq 0, \lambda_i > 0, k_i > 0$$

เมื่อ k_i เป็นพารามิเตอร์รูปร่าง λ_i เป็นพารามิเตอร์ขนาด w เป็นค่าถ่วงน้ำหนัก

การแจกแจงแกมมาผสม 2 องค์ประกอบ (two component mixture gamma distribution)

$$f(x; k_i, \theta_i) = w \frac{1}{\Gamma(k_1)\theta_1^{k_1}} x^{k_1-1} \exp\left(-\frac{x}{\theta_1}\right) + (1-w) \frac{1}{\Gamma(k_2)\theta_2^{k_2}} x^{k_2-1} \exp\left(-\frac{x}{\theta_2}\right) ; x \geq 0, k_i > 0, \theta_i > 0$$

เมื่อ k_i เป็นพารามิเตอร์รูปร่าง θ_i เป็นพารามิเตอร์ขนาด w เป็นค่าถ่วงน้ำหนัก

การประมาณค่าพารามิเตอร์

ในการศึกษานี้จะประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความน่าจะเป็นด้วยวิธีภาวะความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood method) โดยใช้ฟังก์ชัน mixfit() (Yu, 2018), normalmixEM() (Young, et al., 2020) และ fitdist() (Delignette-Muller et al., 2020) ในโปรแกรม R เวอร์ชัน 2.140 (R Core Team, 2013)



การทดสอบภาวะสภาวะปกติ

การตรวจสอบความเหมาะสมของการแจกแจงความน่าจะเป็นของข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ กับการแจกแจงความน่าจะเป็นที่สนใจ มีสมมติฐานการทดสอบคือ

H_0 : ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจงตามที่คาดไว้

H_1 : ข้อมูลไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงตามที่คาดไว้

สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง

$$AD = -n - \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n} [\ln F(x_i) + \ln(1-F(x_{n+1-i}))]$$

เมื่อ n คือ จำนวนค่าสังเกตทั้งหมด

$F(x)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นที่คาดไว้

จากการทดสอบสมมติฐานหากพบว่ายอมรับสมมติฐานหลักมากกว่า 1 การแจกแจง จะคำนวณค่า AIC (Zhang, Li, Guo, Yang, & Zhang, 2018) เนื่องจากประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด พิจารณาเลือกการแจกแจงที่เหมาะสมกับข้อมูลจากค่า AIC ที่น้อยที่สุด โดยค่า AIC คำนวณได้ดังสูตรต่อไปนี้

$$AIC = -2\log(\hat{L}) + 2m$$

เมื่อ \hat{L} คือ ค่าสูงสุดของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Maximum of likelihood function) ของการแจกแจงที่สนใจศึกษา

m คือ จำนวนพารามิเตอร์ที่ถูกประมาณขึ้น

ผลการวิจัย

จากข้อมูลค่าสถิติพื้นฐานแสดงในตารางที่ 1 พบว่า ข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ของจังหวัดปราจีนบุรี ตราด ชลบุรี และสระแก้ว มีค่าเฉลี่ยที่ใกล้เคียงกันอยู่ในช่วง 17.47-17.66 เมกะจูลต่อตารางเมตร-วัน โดยจังหวัดปราจีนบุรี และสระแก้ว ความเข้มรังสีดวงอาทิตย์มีค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนเป็น 0.12 และ -0.11 ตามลำดับ ซึ่งจะพบว่า ข้อมูลมีการกระจายค่อนข้างสมมาตร สำหรับข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ของจังหวัดตราด และ ชลบุรี มีค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนเป็น -0.79 และ -0.41 ตามลำดับ ซึ่งมีการกระจายค่อนข้างเบ้ซ้าย

**ตารางที่ 1** ค่าสถิติพื้นฐานของข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์จังหวัดปราจีนบุรี ตราด ชลบุรี และสระแก้ว

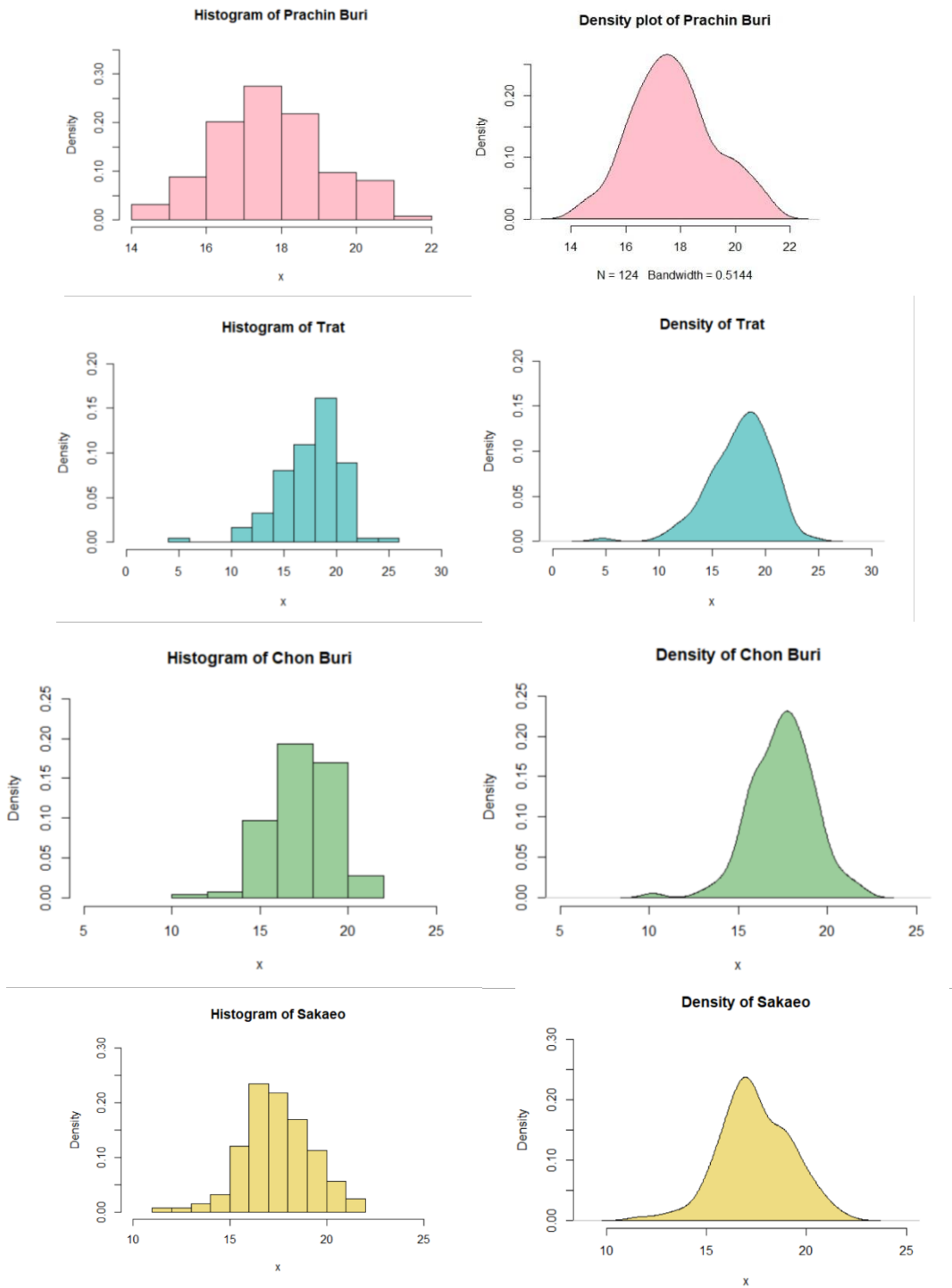
ค่าสถิติ	ปราจีนบุรี	ตราด	ชลบุรี	สระแก้ว
ค่าเฉลี่ย	17.66	17.56	17.47	17.51
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.57	3.01	1.80	1.83
มัธยฐาน	17.52	17.86	17.51	17.37
ค่าต่ำสุด	13.50	4.68	10.20	11.63
ค่าสูงสุด	21.11	24.43	21.92	21.88
สัมประสิทธิ์ความเบ้	0.12	-0.79	-0.41	-0.11
สัมประสิทธิ์ความโด่ง	-0.21	1.60	1.30	0.16

จากภาพที่ 2 แสดงให้เห็นว่าข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ของจังหวัดปราจีนบุรี ตราด ชลบุรี และสระแก้ว มีการกระจายคล้ายทิวฐานนิยม กราฟมีลักษณะการกระจายใกล้เคียงสมมาตร เบ้ซ้าย และจากงานวิจัยที่ผ่านมาจึงสนใจศึกษาการแจกแจงปกติ ลีอกนอร์มัล ไวบูล และแกมมา รวมถึงการแจกแจงผสม 2 องค์ประกอบ โดยทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่สนใจศึกษาดังแสดงในตารางที่ 2

จากการทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง จังหวัดปราจีนบุรี ตราด และสระแก้ว ข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์มีการแจกแจงปกติ ไวบูล แกมมา ปกติผสม 2 องค์ประกอบ ไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ แกมมาผสม 2 องค์ประกอบ โดยพบการแจกแจงของข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์เพิ่มเติม คือการแจกแจงลีอกนอร์มัลในจังหวัดปราจีนบุรี การแจกแจงแกมมาในจังหวัดตราด การแจกแจงลีอกนอร์มัลและการแจกแจงลีอกนอร์มัลผสม 2 องค์ประกอบในจังหวัดสระแก้ว เมื่อพิจารณาค่า AIC แล้วพบว่า การแจกแจงไวบูลผสม 2 องค์ประกอบมีค่า AIC ต่ำที่สุด ทั้งสามจังหวัด ดังนั้นข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ของจังหวัดปราจีนบุรี ตราด และสระแก้วเหมาะสมกับการแจกแจงไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ

จากการทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง จังหวัดชลบุรี ข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์มีการแจกแจงปกติ ลีอกนอร์มัล ไวบูล แกมมา ปกติผสม 2 องค์ประกอบ ลีอกนอร์มัลผสม 2 องค์ประกอบ ไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ แกมมาผสม 2 องค์ประกอบ และเมื่อพิจารณาค่า AIC พบว่า การแจกแจงแกมมาผสม 2 องค์ประกอบมีค่า AIC ต่ำที่สุด ดังนั้นข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ของจังหวัดชลบุรีเหมาะสมกับการแจกแจงแกมมาผสม 2 องค์ประกอบ

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 3 พบว่า การแจกแจงความน่าจะเป็นที่ได้จากการทดสอบเหมาะสมกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของข้อมูลจริง



ภาพที่ 2 กราฟฮิสโทแกรมและฟังก์ชันความหนาแน่นของค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ของจังหวัดปราจีนบุรี ตราด ชลบุรี และสระแก้ว



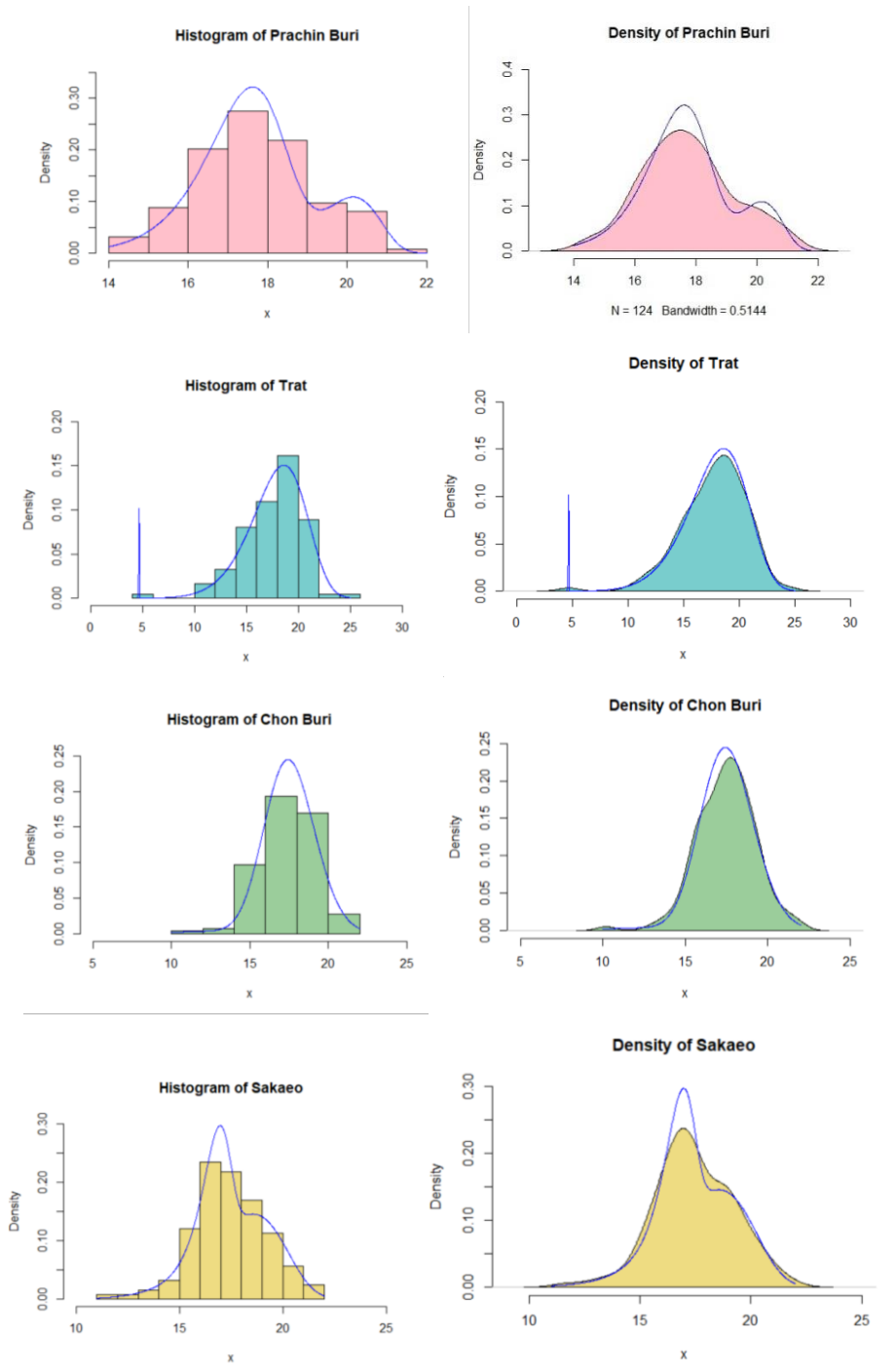
ตารางที่ 2 ค่าประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่ศึกษา

การแจกแจงที่ศึกษา	ค่าประมาณพารามิเตอร์	ปราจีนบุรี	ตราด	ชลบุรี	สระแก้ว
ปรกติ	$\hat{\mu}$	17.7383	17.7000	17.4825	17.4525
	$\hat{\sigma}^2$	2.2281	8.5101	3.1332	3.1698
ลึอกนอร์มัล	$\hat{\mu}$	2.8722	2.8566	2.8558	2.8541
	$\hat{\sigma}$	0.0839	0.1984	0.1063	1.7804
ไวบูล	\hat{k}	12.2940	7.3738	10.9315	10.6376
	$\hat{\lambda}$	18.4372	18.8600	18.2597	18.2508
แกมมา	\hat{k}	141.9271	29.6813	92.0947	93.5211
	$\hat{\theta}$	8.0012	1.6769	5.2678	5.3586
ปรกติผสม 2 องค์ประกอบ	\hat{w}	0.6306	0.0971	0.9739	0.8409
	$\hat{\mu}_1$	17.0176	13.8698	17.4291	17.5727
	$\hat{\sigma}_1^2$	1.1835	16.8075	3.1075	3.6305
	$\hat{\mu}_2$	18.9687	18.1118	19.4737	16.8175
	$\hat{\sigma}_2^2$	1.6101	5.87141	0.0155	0.2539
ลึอกนอร์มัลผสม 2 องค์ประกอบ	\hat{w}	0.4314	0.0756	0.0275	0.0237
	$\hat{\mu}_1$	2.8246	2.4885	2.5706	2.5406
	$\hat{\sigma}_1$	0.0686	0.3841	0.1873	0.0714
	$\hat{\mu}_2$	2.9083	2.8867	2.8638	2.8618
	$\hat{\sigma}_2$	0.0762	0.1361	0.0908	0.0928
ไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ	\hat{w}	0.7783	0.0081	0.7023	0.3305
	\hat{k}_1	19.2587	160.0008	14.343	26.8791
	$\hat{\lambda}_1$	17.6378	4.6800	17.8312	16.9154
	\hat{k}_2	26.8791	7.7457	10.032	11.0073
	$\hat{\lambda}_2$	20.1791	18.9322	19.0819	18.7288
แกมมาผสม 2 องค์ประกอบ	\hat{w}	0.3505	0.0925	0.0214	0.0387
	\hat{k}_1	240.0004	8.7563	30.0031	60.0016
	$\hat{\theta}_1$	14.2135	0.6536	2.3547	4.3288
	\hat{k}_2	150.0002	57.5018	120.0008	120.0008
	$\hat{\theta}_2$	8.2425	3.1701	6.8239	6.8193

ตารางที่ 3 ค่าสถิติทดสอบ AD ค่า p -value และค่า AIC ของการแจกแจงที่สนใจศึกษาในแต่ละจังหวัด

จังหวัด	การแจกแจงที่ศึกษา	ค่าสถิติ AD	p -value	สรุปผล	AIC
ปราจีนบุรี	ปรกติ	0.5409	0.7051	ยอมรับ H_0	455.2360
	ลิกนอรัมัล	0.3105	0.9299	ยอมรับ H_0	453.8147
	ไวบูล	2.0516	0.0862	ยอมรับ H_0	470.6018
	แกมมา	0.3675	0.8801	ยอมรับ H_0	454.0279
	ปรกติผสม 2 องค์ประกอบ	0.2381	0.9763	ยอมรับ H_0	458.0569
	ลิกนอรัมัลผสม 2 องค์ประกอบ	65.4990	0.0001	ปฏิเสธ H_0	459.4951
	ไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ	0.2134	0.9863	ยอมรับ H_0	453.7376
	แกมมาผสม 2 องค์ประกอบ	0.2577	0.9661	ยอมรับ H_0	459.3134
ตราด	ปรกติ	0.85682	0.4416	ยอมรับ H_0	621.4140
	ลิกนอรัมัล	3.1719	0.0225	ปฏิเสธ H_0	663.1996
	ไวบูล	0.2142	0.9860	ยอมรับ H_0	612.0679
	แกมมา	2.1375	0.0774	ยอมรับ H_0	645.3177
	ปรกติผสม 2 องค์ประกอบ	0.3149	0.9264	ยอมรับ H_0	616.7605
	ลิกนอรัมัลผสม 2 องค์ประกอบ	5.2502	0.0022	ปฏิเสธ H_0	625.1618
	ไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ	0.1411	0.9991	ยอมรับ H_0	604.5042
	แกมมาผสม 2 องค์ประกอบ	0.5137	0.7326	ยอมรับ H_0	621.6273
ชลบุรี	ปรกติ	0.3628	0.8844	ยอมรับ H_0	497.5124
	ลิกนอรัมัล	0.8497	0.4463	ยอมรับ H_0	508.1213
	ไวบูล	0.8352	0.4561	ยอมรับ H_0	499.7882
	แกมมา	0.6373	0.6131	ยอมรับ H_0	503.7652
	ปรกติผสม 2 องค์ประกอบ	0.4082	0.8403	ยอมรับ H_0	500.3468
	ลิกนอรัมัลผสม 2 องค์ประกอบ	1.0942	0.3113	ยอมรับ H_0	497.1273
	ไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ	0.2121	0.9868	ยอมรับ H_0	498.0959
	แกมมาผสม 2 องค์ประกอบ	0.2094	0.9876	ยอมรับ H_0	496.7723
สระแก้ว	ปรกติ	0.4249	0.8234	ยอมรับ H_0	498.9461
	ลิกนอรัมัล	0.4929	0.7537	ยอมรับ H_0	503.5257
	ไวบูล	1.3032	0.2313	ยอมรับ H_0	505.5872
	แกมมา	0.4333	0.8149	ยอมรับ H_0	501.4437
	ปรกติผสม 2 องค์ประกอบ	0.1906	0.9928	ยอมรับ H_0	500.9026
	ลิกนอรัมัลผสม 2 องค์ประกอบ	1.0732	0.3209	ยอมรับ H_0	501.5975
	ไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ	0.0985	1.0000	ยอมรับ H_0	496.7498
	แกมมาผสม 2 องค์ประกอบ	0.4224	0.8260	ยอมรับ H_0	502.4099

ตัวหนา แสดงการแจกแจงที่เหมาะสมกับข้อมูลที่สุด



ภาพที่ 3 เปรียบเทียบการแจกแจงความน่าจะเป็นของข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์กับการแจกแจงความน่าจะเป็นที่เหมาะสมกับข้อมูลในจังหวัดปราจีนบุรี ตราด ชลบุรี และสระแก้ว



วิจารณ์ผลการวิจัย

จากผลการศึกษาพบว่าค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ใน 4 จังหวัด มีค่าอยู่ในช่วง 17.47-17.66 เมกะจูลต่อตารางเมตร-วัน ซึ่งค่าใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ทั่วประเทศ 17.6 เมกะจูลต่อตารางเมตร-วัน เมื่อปี 2560 (Department of alternative energy development and efficiency, 2017) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ไม่ได้เปลี่ยนแปลงไปจาก 2 ปีที่ผ่านมา สำหรับผลการศึกษากการแจกแจงความน่าจะเป็นได้ว่าข้อมูลความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ของจังหวัดปราจีนบุรี ตราด และสระแก้ว มีการแจกแจงไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ และของจังหวัดชลบุรีมีการแจกแจงแกมมาผสม 2 องค์ประกอบ ซึ่งเมื่อพิจารณาค่าถ่วงน้ำหนักของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นดังแสดงในตารางที่ 4 จะเห็นได้ว่าค่าถ่วงน้ำหนักของการแจกแจงไวบูลผสม 2 องค์ประกอบสำหรับข้อมูลในจังหวัดตราดมีค่าเป็น 0.0081 และค่าถ่วงน้ำหนักของการแจกแจงแกมมาผสม 2 องค์ประกอบสำหรับข้อมูลในจังหวัดชลบุรี มีค่าเป็น 0.0214 ซึ่งมีค่าน้อยมาก แสดงให้เห็นถึงข้อมูลส่วนใหญ่มีการแจกแจงขององค์ประกอบพารามิเตอร์ชุดที่ 1 และส่วนน้อยที่มีการแจกแจงขององค์ประกอบพารามิเตอร์ชุดที่ 2 สำหรับจังหวัดปราจีนบุรี ค่าถ่วงน้ำหนักของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น มีค่าเป็น 0.7783 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าข้อมูลส่วนใหญ่มีการแจกแจงขององค์ประกอบที่ 1 ร้อยละ 77.83 และ องค์ประกอบที่ 2 ร้อยละ 22.17 สำหรับจังหวัดสระแก้ว ค่าถ่วงน้ำหนักของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น มีค่าเป็น 0.3305 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าข้อมูลส่วนใหญ่มีการแจกแจงขององค์ประกอบที่ 1 ร้อยละ 33.05 และ องค์ประกอบที่ 2 ร้อยละ 66.95

สรุปผลการวิจัย

จากงานวิจัยที่ผ่านมาพบผลการศึกษาข้อมูลความเข้มรังสีดวงอาทิตย์ มีการแจกแจงฐานนิยมเดียว เช่น Arthur & Gyamfi (2013) ได้ผลการศึกษากการแจกแจงของข้อมูลรังสีดวงอาทิตย์รายชั่วโมงมีการแจกแจงล็อกนอร์มัล เลขชี้กำลัง แกมมาไวบูล และเรขาคณิต Petsawat (2011) ได้ผลการศึกษากการแจกแจงความน่าจะเป็นของข้อมูลรังสีดวงอาทิตย์รายวันในจังหวัดกรุงเทพมหานคร ปี 2551 – 2553 มีการแจกแจงไวบูล ทั้งสามปี ซึ่งจะเห็นได้ว่าการแจกแจงไวบูล และแกมมา เป็นการแจกแจงที่เหมาะสมกับข้อมูลรังสีดวงอาทิตย์ ซึ่งผลการศึกษาในงานวิจัยนี้ได้การ แจกแจงพื้นฐานของแต่ละองค์ประกอบที่สอดคล้องกับงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น

ตารางที่ 4 ค่าประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่เหมาะสมของข้อมูลค่าเฉลี่ยความเข้มรังสีดวงอาทิตย์

การแจกแจง ค่าประมาณ พารามิเตอร์	ไวบูลผสม 2 องค์ประกอบ			แกมมาผสม 2 องค์ประกอบ
	ปราจีนบุรี	ตราด	สระแก้ว	ชลบุรี
ค่าถ่วงน้ำหนัก	0.7783	0.0081	0.3305	0.0214
พารามิเตอร์รูปร่าง_1	19.2587	160.0008	26.8791	30.0031
พารามิเตอร์ขนาด_1	17.6378	4.6800	16.9154	2.3547
พารามิเตอร์รูปร่าง_2	26.8791	7.7457	11.0073	120.0008
พารามิเตอร์ขนาด_2	20.1791	18.9322	18.7288	6.8239



กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่สนับสนุนงบประมาณในการทำวิจัยและนำเสนอบทความนี้

เอกสารอ้างอิง

- Akpinar, S., & Akpinar, E.K. (2009). Estimation of wind energy potential using finite mixture distribution Models. *Energy Conversion and Management*, 50(4), 877-884.
- Alam, M. A., Emura, K. Farnham, C., & Yuan, J. (2018). Best-Fit Probability Distributions and Return Periods for Maximum Monthly Rainfall in Bangladesh. *Climate*, 6(9), 1-16.
- Arthur, Y. D., & Gyamfi, K.B. (2013). Probability Distributional Analysis of Hourly Solar Irradiation in Kumasi-Ghana. *International Journal of Business and Social Research*, 3(3), 63-75.
- Bunternngchit, C. (2018). Simulation-based application in warehouse layout design for reducing material handling time. *Kasem Bundit Engineering Journal*, 8(3), 1-14. (in Thai)
- Chang, T.P. (2010). Investigation on Frequency Distribution of Global Radiation Using Different Probability Density Functions. *International Journal of Applied Science and Engineering*, 8(2), 99-107.
- Delignette-Muller, M., Dutang, C., Pouillot, R., Denis, J., & Siberchicot, A. (2020). *Help to Fit of a Parametric Distribution to Non-Censored or Censored Data*. Retrieved April 10, 2021, from <https://cran.r-project.org/web/packages/fitdistrplus/fitdistrplus.pdf>.
- Department of Alternative Energy Development and Efficiency (2014). Solar energy. *Alternative energy Encyclopedia*, (pp. 32-33, 35, 38). Bangkok, Thailand. (in Thai)
- Department of Alternative Energy Development and Efficiency (2017). Project of refining solar power potential map from satellite image of Thailand. Retrieved September 26, 2021, from https://www.dede.go.th/article_attach/developed_solarmap60%20-%20Copy.pdf. (in Thai)



- Intarakumhang Na Rachasima, N., Arunotayanun, K. & Upayokin, A. (2020). Elevator Passenger Traffic and Demand Model Development in the Hospital Logistics Context. In *Proceeding the 25th National Convention on Civil Engineering*. (pp. TRL07-1 – 8). (in Thai)
- Jansuwan, J., Sirivongpaisal, N. & Kongkaew, W. (2019). Improving service performance of transportation department: A case study of Songklanagarind hospital. *Thai journal of operation research*, 7(1), 25-35. (in Thai)
- Manoon, A., & Rahman, A. (2017). Selection of the best fit probability distribution to rainfall frequency analysis for Qatar. *Nat Hazard*, 86, 281-296.
- Petsawat, P. (2011). Investigation on probability distribution of global radiation at Bangkok province. Faculty of Science, Burapha University, Chon Buri. (in Thai)
- R Core Team. (2013). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Retrieved March 26, 2021, from <http://www.R-project.org/>.
- Rahman, A.S., Rahman, A., Zaman, M.A., Haddad, K., Ahsan, A., & Imteaz, M. (2013). A study on selection of probability distributions for at-site flood frequency analysis in Australia. *Nat Hazard*, 69, 1803-1813.
- Sae-Ang, W. (2015). Process improvement proposal analysis using industrial simulation. Master thesis, Engineering Management, Faculty of Engineering, Burapha university. (in Thai)
- Sarpong, S. (2019). Estimating the probability distribution of the exchange rate between Ghana Cedi and American dollar. *Journal of King Saud University – Science*, 31, 117-183.
- Singla, N., Jain, K., & Sharma, S.K. (2016). Goodness of fit test and power comparison for weighted gamma distribution. *Revstat Statistical Journal*, 14(1), 29-48.
- Wichitchan, S., Yao, W., & Yang, G. (2019). Hypothesis testing for finite mixture models. *Computational Statistics and Data Analysis*, 132, 180–189.



- Young, D., Benaglia, T., Chauveau, D., Hunter, D., Elmore, R., Hettmansperger, T., Thomas, H., & Xuan, F. (2020). *Tools for Analyzing Finite Mixture Models*. Retrieved March 20, 2021, from <https://cran.r-project.org/web/packages/mixtools/mixtools.pdf>.
- Yu, Y. (2018). *Finite Mixture Modeling for Raw and Binned Data*. Retrieved March 20, 2021, from <https://cran.r-project.org/web/packages/mixR/mixR.pdf>.
- Zhang, L., Li, Q., Guo, Y., Yang, Z., & Zhang L. (2018). An Investigation of wind direction and speed in a featured wind farm using joint probability distribution methods. *Sustainability*, 10(4338), 1-15.