วารสารวิทยาศาสตร์บูรพา ปีที่ 27 (ฉบับที่ 1) มกราคม – เมษายน พ.ศ. 2565
BURAPHA SCIENCE JOURNAL Volume 27 (No.1) January – April 2022 บทความวิจัย

ตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ สำหรับประมาณค่าเฉลี่ยประชากร โดยใช้ค่ามัธยฐานและขนาดของตัวอย่าง

New Ratio Estimators for Estimating the Population Mean Using the Median and Size of the Sample

ณภัทณ์จันทร์ ด่านสวัสดิ์*

Napattchan Dansawad*

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์
Department of Applied Mathematics, Faculty of Science and Technology,
Valaya Alongkorn Rajabhat University under the Royal Patronage

Received : 8 March 2021
Revised : 15 June 2021
Accepted : 29 June 2021

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ สำหรับประมาณค่าเฉลี่ยประชากร โดยใช้ค่ามัธยฐานและขนาดของตัวอย่าง ภายใต้การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่ายแบบไม่ใส่คืน ซึ่งผู้วิจัยได้พัฒนาตัวประมาณนี้ขึ้นมาจากตัวประมาณที่นำเสนอโดย Nangsue (2009) และ Soponviwatkul and Lawson (2017) นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาคุณสมบัติที่สำคัญบางประการของตัวประมาณที่นำเสนอ เช่น ความเอนเอียง (Bias) และความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Squared Error: MSE) สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอกับตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องจะแสดงผ่านทางทฤษฎีและการคำนวณเชิงตัวเลข ผลจากการวิจัยพบว่า ตัวประมาณอัตราส่วนที่นำเสนอมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น ตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง ($\bar{y}$) ตัวประมาณของ Cochran (1977) ($\bar{Y}_R$) ตัวประมาณของ Sisodia and Dwivedi (1981) ($\bar{Y}_{SD}$) ตัวประมาณของ Singh and Tailor (2003) ($\bar{Y}_{ST}$) ตัวประมาณของ Subramani and Kumarpandiyan (2013) ($\bar{Y}_{SK}$) ตัวประมาณของ Jerajuddin and Kishun (2016) ($\bar{Y}_{JK}$) ตัวประมาณของ Nangsue (2009) ($\bar{Y}_N$) และตัวประมาณของ Soponviwatkul and Lawson (2017) ($\bar{Y}_{NSD}$, $\bar{Y}_{NST}$) เมื่อพิจารณาจากค่าร้อยละประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Percent Relative Efficiencies: PRE) ภายใต้สถานการณ์ที่ตัวแปรสนใจศึกษา y และตัวแปรช่วย x มีความสัมพันธ์เชิงเส้นในทิศทางเดียวกันทางบวก

คำสำคัญ : ตัวประมาณอัตราส่วน ; ค่าเฉลี่ยประชากร ; มัธยฐาน ; ขนาดตัวอย่าง ; การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่าย

Abstract

This paper presents new ratio estimators for estimating the population mean using the median and size of the sample under simple random sampling without replacement (SRSWOR) scheme. The author has developed the estimator that proposed by Nangsue (2009), and Soponviwatkul and Lawson (2017). Furthermore, some important properties of the introduced estimators such as Bias, and Mean Squared Error (MSE) have been studied. In addition, theoretical and empirical studies were used in order to access the performance of the introduced estimators. The results of this study showed that the introduced estimators are more efficient than the usual unbiased estimator ($\bar{y}$), Cochran (1977) estimator ($\bar{Y}_R$), Cochran (1977) estimator ($\bar{Y}_R$), Sisodia and Dwivedi (1981) estimator ($\bar{Y}_{SD}$), Singh and Tailor (2003) estimator ($\bar{Y}_{ST}$),Subramani and Kumarpandiyan (2013) estimator ($\bar{Y}_{SK}$), Jerajuddin and Kishun (2016) estimator ($\bar{Y}_{JK}$), Nangsue (2009) estimator ($\bar{Y}_N$), and the estimators of Soponviwatkul and Lawson (2017) ($\bar{Y}_{NSD}$, $\bar{Y}_{NST}$) under percent relative efficiencies (PRE) criterion when the correlation between the study variable y and the auxiliary variable x is positive.

Keywords : ratio estimators ; population mean ; median ; sample size ; simple random sampling

*Corresponding author. E-mail : napattchan@vru.ac.th

บทนำ

ในงานวิจัยส่วนใหญ่ นักวิจัยมักประสบกับปัญหาการเก็บรวบรวมข้อมูลให้ได้ครบจากทุกหน่วยของประชากรที่สนใจศึกษา เพื่อนำข้อมูลดังกล่าวมาทำการศึกษาในเรื่องที่สนใจ อาจเนื่องจากประชากรที่สนใจมีขนาดใหญ่ หรือข้อจำกัดในด้านเวลา ค่าใช้จ่าย แรงงาน สถานที่ หรืออื่น ๆ ซึ่งล้วนแต่เป็นอุปสรรคสำคัญในการเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อแก้ปัญหาดังที่กล่าวข้างต้น จึงจำเป็นต้องหาวิธีที่เหมาะสมที่จะทำให้ได้ข้อมูลที่มีค่าใกล้เคียงกับประชากรที่ต้องการศึกษามากที่สุด ซึ่งหนึ่งในวิธีที่นิยมเลือกใช้คือการเลือกตัวอย่างมาจำนวนหนึ่ง โดยที่ตัวอย่างที่เลือกนั้นจะต้องเป็นตัวแทนที่ดี และมีความครอบคลุมถึงลักษณะของประชากรที่ต้องการศึกษา ซึ่งการที่จะได้ตัวแทนที่ดีของประชากรนั้น จำเป็นต้องอาศัยเทคนิคทางสถิติที่เรียกว่าเทคนิคการเลือกตัวอย่าง (Sampling Technique) เข้ามาช่วย และเมื่อได้ตัวอย่างที่เป็นตัวแทนที่ดีและมีความครอบคลุมถึงลักษณะของประชากรที่ต้องการศึกษาแล้ว ผู้วิจัยจะทำการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้จากตัวอย่างที่เลือกมา ไปใช้ในการวิเคราะห์ อธิบายและสรุปผลเกี่ยวกับลักษณะที่สนใจต่าง ๆ ของประชากร เช่น ผลรวม ค่าเฉลี่ย สัดส่วน และความแปรปรวน อีกทั้งอาจนำไปใช้ในการสร้างตัวประมาณ (Estimator) เพื่อใช้ในการประมาณค่าของประชากรที่สนใจ โดยตัวประมาณที่ถูกพัฒนาขึ้นนี้อาจมีหลากหลายรูปแบบ เช่น เมื่อต้องการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (Population Mean: $\bar{Y}$) นักวิจัยประมาณด้วยค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง (Sample Mean: $\bar{y}$) หรือหากต้องการประมาณค่าสัดส่วนประชากร (Population Proportion: P) นักวิจัยจะประมาณด้วยสัดส่วนของตัวอย่าง (Sample Proportion: $\hat{p}$) เป็นต้น

ในทางทฤษฎีสำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรที่สนใจศึกษา Y จะสามารถคำนวณได้จาก $\bar{Y} = \sum_{i=1}^{N} Y_i / N$ แต่ในทางปฏิบัตินักวิจัยไม่อาจเก็บรวบรวมข้อมูลให้ได้ครบจากทุกหน่วยของประชากรที่สนใจศึกษา ดังนั้นจึงต้องใช้การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่ายแบบไม่ใส่คืน (SRSWOR) จากประชากร โดยกำหนดให้ $U = \{Y_1, Y_2, ,..., Y_N\}$ แทนเซตของประชากรที่ประกอบไปด้วยตัวแปรที่สนใจศึกษา Y (Study Variable: Y) จำนวนทั้งสิ้น N ตัว และจะได้ y_i เป็นค่าสังเกตของตัวแปรที่สนใจศึกษาที่ได้จากการเลือกตัวอย่างจากประชากร U โดยที่ $i = 1, 2, .., n$ เมื่อ i และ n แทนลำดับของค่าสังเกตและขนาดของตัวอย่าง ตามลำดับ นั่นคือค่าเฉลี่ยของประชากรที่สนใจศึกษา $\bar{Y}$ จึงถูกประมาณด้วยค่าเฉลี่ยตัวอย่าง $\bar{y}$ ที่คำนวณจาก $\bar{y} = \sum_{i=1}^{n} y_i / n$ ซึ่งค่าเฉลี่ยดังกล่าวพบว่ามีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (Unbiased Estimator) และมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ดังต่อไปนี้

$$MSE(\bar{y}) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2 C_y^2 \tag{1}$$

โดยที่ C_y คือ สัมประสิทธิ์การผันแปรของตัวแปรที่สนใจศึกษา y

$$f = \frac{n}{N}$$

นอกจากตัวประมาณ $\bar{y}$ ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น นักวิจัยหลาย ๆ ท่าน นิยมนำเอาค่าต่าง ๆ ของตัวแปรช่วย (Auxiliary Variable: x) มาใช้ในการเพิ่มประสิทธิภาพของการประมาณค่าที่สนใจศึกษา ภายใต้เงื่อนไขว่าตัวแปรช่วย x ที่นำมาใช้นั้น

จะต้องมีความสัมพันธ์กับตัวแปรที่สนใจศึกษา y กล่าวคือ ในกรณีที่ตัวแปรช่วย x มีความสัมพันธ์ในทางบวกกับตัวแปรที่ต้องการศึกษา y ในระดับสูง ตัวประมาณอัตราส่วน (Ratio Estimator) ซึ่งถูกนำเสนอโดย Cochran (1977) จะเป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพและมีความเหมาะสมในการประมาณค่ามากกว่าตัวประมาณในรูปแบบอื่น ๆ ในขณะนั้น นอกจากนี้ตัวประมาณดังกล่าวยังเป็นตัวประมาณที่มีความคงเส้นคงวา (Consistent) และมีความเอนเอียง แต่ถ้าหากตัวอย่างที่เลือกมาจากประชากรพบว่ามีขนาดใหญ่มากเพียงพอ ความเอนเอียงที่พบนั้นจะมีขนาดเล็กมากจนไม่ต้องคำนึงถึง โดยรูปแบบของตัวประมาณอัตราส่วน รวมถึงความเอนเอียงและความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย มีดังต่อไปนี้

$$\hat{\bar{Y}}_R = \bar{y}\left(\frac{\bar{X}}{\bar{x}}\right) \tag{2}$$

$$Bias(\hat{\bar{Y}}_R) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}C_x^2(1-K) \tag{3}$$

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_R) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2\left(C_y^2 + C_x^2\theta_1(1-2K)\right) \tag{4}$$

โดยที่ $\bar{y}$ คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของตัวแปรที่สนใจศึกษา y

$\bar{X}$ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากรซึ่งเป็นตัวแปรช่วย x และทราบค่า

$\bar{x}$ คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของตัวแปรช่วย x

n คือ ขนาดของตัวอย่าง

N คือ ขนาดของประชากร

C_x คือ สัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวแปรช่วย x

ρ_{yx} คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่สนใจศึกษา y และตัวแปรช่วย x

เมื่อ $K = \frac{\rho_{yx}C_y}{C_x}$, $\theta_1 = \frac{\bar{X}}{\bar{X}} = 1$

ในเวลาต่อมา Sisodia and Dwivedi (1981) ได้ปรับปรุงประสิทธิภาพของตัวประมาณอัตราส่วน ที่นำเสนอโดย Cochran (1977) โดยการนำค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (Coefficient of Variation: C_x) ของตัวแปรช่วย x มาเพิ่มประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่ โดยตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นมาใหม่มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\hat{\bar{Y}}_{SD} = \bar{y}\left(\frac{\bar{X} + C_x}{\bar{x} + C_x}\right) \tag{5}$$

มีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{\bar{Y}}_{SD}$ คือ

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_{SD}) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2\left(C_y^2 + C_x^2\theta_2(\theta_2 - 2K)\right) \tag{6}$$

เมื่อ $\theta_2 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + C_x}$

จากนั้น Singh and Tailor (2003) ได้ปรับปรุงตัวประมาณของ Sisodia and Dwivedi (1981) โดยนำเอาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient: ρ_{yx}) มาใช้ในการเพิ่มประสิทธิภาพของตัวประมาณแทนการใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน โดยตัวประมาณที่นำเสนอโดย Singh and Tailor (2003) มีรูปแบบดังนี้

$$\hat{\bar{Y}}_{ST} = \bar{y}\left(\frac{\bar{X} + \rho_{yx}}{\bar{x} + \rho_{yx}}\right) \tag{7}$$

มีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{\bar{Y}}_{ST}$ คือ

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_{ST}) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2\left(C_y^2 + C_x^2\theta_3(\theta_3 - 2K)\right) \tag{8}$$

เมื่อ $\theta_3 = \dfrac{\bar{X}}{\bar{X} + \rho_{yx}}$

ต่อมา Subramani and Kumarpandiyan (2013) ได้ปรับปรุงจากตัวประมาณของ Singh and Tailor (2003) โดยการนำค่ามัธยฐาน (Median: M_d) มาใช้แทนค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอให้ดียิ่งขึ้น โดยตัวประมาณที่นำเสนอขึ้นใหม่มีรูปแบบดังนี้

$$\hat{\bar{Y}}_{SK} = \bar{y}\left(\frac{\bar{X} + M_d}{\bar{x} + M_d}\right) \quad (9)$$

มีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{\bar{Y}}_{SK}$ คือ

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_{SK}) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2\left(C_y^2 + C_x^2\theta_4(\theta_4 - 2K)\right) \quad (10)$$

เมื่อ $\theta_4 = \dfrac{\bar{X}}{\bar{X} + M_d}$

หลังจากนั้น Jerajuddin and Kishun (2016) ได้ค้นพบว่าหากนำเอาค่าขนาดของตัวอย่าง n มาใช้แทนค่ามัธยฐานที่ Subramani and Kumarpandiyan (2013) ได้เคยนำเสนอ จะทำให้ได้ตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพดีกว่าเดิม ซึ่งตัวประมาณใหม่ที่ Jerajuddin and Kishun (2016) นำเสนอมีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\hat{\bar{Y}}_{JK} = \bar{y}\left(\frac{\bar{X} + n}{\bar{x} + n}\right) \quad (11)$$

มีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{Y}_{JK}$ คือ

$$MSE(\hat{Y}_{JK}) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2\left(C_y^2 + C_x^2\theta_5(\theta_5 - 2K)\right) \tag{12}$$

เมื่อ $\theta_5 = \dfrac{\bar{X}}{\bar{X}+n}$

ในปี 2009 Nangsue ได้พัฒนาตัวประมาณอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยประชากรที่นำเสนอโดย Cochran (1977) โดยนำค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย (Regression Coefficient: b_1) ของตัวแปรช่วย x มาใช้ในการสร้างตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ โดยตัวประมาณใหม่นี้จะอยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง ดังนี้

$$\hat{Y}_N = \bar{y}\left(\frac{\bar{X}}{\bar{x}}\right)^{b_1} \tag{13}$$

มีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{Y}_N$ คือ

$$MSE(\hat{Y}_N) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2\left(C_y^2 + b_1\theta_1 C_x^2(b_1\theta_1 - 2K)\right) \tag{14}$$

โดยที่ r คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง ระหว่างตัวแปรที่สนใจศึกษา y และตัวแปรช่วย x

S_y คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่างของตัวแปรที่สนใจศึกษา y

S_x คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่างของของตัวแปรช่วย x

เมื่อ $b_1 = \dfrac{rS_y}{S_x}$

จากนั้น Soponviwatkul and Lawson (2017) ได้ปรับปรุงประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอโดย Sisodia and Dwivedi (1981) และ Singh and Tailor (2003) จากการขยายแนวคิดของ Nangsue (2009) โดยตัวประมาณใหม่ที่นำเสนอมีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\hat{Y}_{NSD} = \bar{y}\left(\frac{\bar{X}+C_x}{\bar{x}+C_x}\right)^{b_1} \tag{15}$$

และ

$$\hat{Y}_{NST} = \bar{y}\left(\frac{\bar{X}+\rho_{yx}}{\bar{x}+\rho_{yx}}\right)^{b_1} \tag{16}$$

มีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{\bar{Y}}_{NSD}$ และ $\hat{\bar{Y}}_{NST}$ คือ

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_{NSD}) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2\left(C_y^2 + b_1\theta_2 C_x^2(b_1\theta_2 - 2K)\right) \tag{17}$$

และ

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_{NST}) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2\left(C_y^2 + b_1\theta_3 C_x^2(b_1\theta_3 - 2K)\right) \tag{18}$$

จากตัวประมาณต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำเสนอตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ สำหรับประมาณค่าเฉลี่ยประชากร โดยตัวประมาณที่นำเสนอนี้จะพัฒนามาจากตัวประมาณที่นำเสนอโดย Nangsue (2009) และ Soponviwatkul and Lawson (2017) ภายใต้การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่ายแบบไม่ใส่คืน โดยใช้ค่ามัธยฐานและขนาดของตัวอย่างจากตัวแปรช่วย x นอกจากนี้คุณสมบัติที่สำคัญบางประการของตัวประมาณที่นำเสนอ เช่น ความเอนเอียง และความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจะถูกนำเสนอ พร้อมทั้งจะมีการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวดังกล่าวกับตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งในเชิงทฤษฎี และการคำนวณเชิงตัวเลข

วิธีดำเนินการวิจัย

ในงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะปรับปรุงประสิทธิภาพของตัวประมาณอัตราส่วนสำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่นำเสนอโดย Nangsue (2009) และ Soponviwatkul and Lawson (2017) และนำเสนอตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ในรูปแบบของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง โดยมีการใช้ค่ามัธยฐานและขนาดของตัวอย่าง มาช่วยในการปรับปรุงประสิทธิภาพของตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่จะนำเสนอ มีวิธีดำเนินการวิจัยดังต่อไปนี้

1. การนำเสนอตัวประมาณ

นำเสนอตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ โดยการปรับปรุงตัวประมาณที่นำเสนอโดย Nangsue (2009) และ Soponviwatkul and Lawson (2017) ดังสมการที่ (13) (15) และ (16) ภายใต้การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่ายแบบไม่ใส่คืน โดยใช้ค่ามัธยฐานและขนาดของตัวอย่างที่คำนวณมาจากตัวแปรช่วย x

2. การคำนวณค่าความเอนเอียง และความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณ

ในการคำนวณหาความเอนเอียงและความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณ ผู้วิจัยจะทำการจัดรูปแบบของตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอขึ้นใหม่ ให้อยู่ในเทอมความคลาดเคลื่อน (Error terms) โดยกำหนดให้ $\bar{y} = \bar{Y}(1+e_0)$ และ $\bar{x} = \bar{X}(1+e_1)$ เมื่อ $E(e_0) = E(e_1) = 0$, $E(e_0^2) = \frac{(1-f)}{n}C_y^2$, $E(e_1^2) = \frac{(1-f)}{n}C_x^2$, และ $E(e_0 e_1) = \frac{(1-f)}{n}\rho_{yx}C_y C_x$

3. จากนั้นผู้วิจัยจะทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่นำเสนอ กับตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ทั้งในแง่ทฤษฎี และการคำนวณเชิงตัวเลข โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณ

อัตราส่วนตัวใหม่นำเสนอ กับตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง จะพิจารณาจากความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าร้อยละประสิทธิภาพสัมพัทธ์ตามลำดับ

ผลการวิจัย

ผลการวิจัยแสดงเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. จากตัวประมาณที่นำเสนอโดย Nangsue (2009) และ Soponviwatkul and Lawson (2017) ดังสมการที่ (13) (15) และ (16) ผู้วิจัยจะนำเสนอตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ โดยการแทนที่ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน ด้วยค่ามัธยฐาน และแทนที่ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ด้วยขนาดของตัวอย่าง ดังนั้นรูปแบบของตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอมีดังต่อไปนี้

$$\hat{\bar{Y}}_{NP1} = \bar{y}\left(\frac{\bar{X}+M_d}{\bar{x}+M_d}\right)^{b_1} \tag{19}$$

และ

$$\hat{\bar{Y}}_{NP2} = \bar{y}\left(\frac{\bar{X}+n}{\bar{x}+n}\right)^{b_1} \tag{20}$$

2. การคำนวณหาค่าความเอนเอียง และความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอ จากสมการที่ (19) และ (20) ผู้วิจัยจะทำการแทนค่า $\bar{y} = \bar{Y}(1+e_0)$ และ $\bar{x} = \bar{X}(1+e_1)$ จะได้

$$\hat{\bar{Y}}_{NP1} = \bar{Y} - \bar{Y}b_1\theta_4 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_1^2 + \bar{Y}e_0 - \bar{Y}b_1\theta_4 e_0 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_0 e_1^2 \tag{21}$$

และ

$$\hat{\bar{Y}}_{NP2} = \bar{Y} - \bar{Y}b_1\theta_5 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_5^2 e_1^2 + \bar{Y}e_0 - \bar{Y}b_1\theta_5 e_0 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_5^2 e_0 e_1^2 \tag{22}$$

โดยความเอนเอียงของตัวประมาณ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ จะหาได้จาก

$$Bias(\hat{\bar{Y}}_{NP1}) = E(\hat{\bar{Y}}_{NP1} - \bar{Y})$$

$$= E\left(\bar{Y} - \bar{Y}b_1\theta_4 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_1^2 + \bar{Y}e_0 - \bar{Y}b_1\theta_4 e_0 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_0 e_1^2 - \bar{Y}\right)$$

$$= E\left(-\bar{Y}b_1\theta_4 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_1^2 + \bar{Y}e_0 - \bar{Y}b_1\theta_4 e_0 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_0 e_1^2\right)$$

$$= \bar{Y}\left(E(-b_1\theta_4 e_1) + E\left(\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_1^2\right) + E(e_0) - E(b_1\theta_4 e_0 e_1) + E\left(\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_0 e_1^2\right)\right) \tag{23}$$

แทนค่า $E(e_0) = E(e_1) = 0$, $E(e_0^2) = \dfrac{(1-f)}{n}C_y^2$, $E(e_1^2) = \dfrac{(1-f)}{n}C_x^2$, และ $E(e_0 e_1) = \dfrac{(1-f)}{n}\rho_{yx}C_y C_x$ ลงในสมการ (23) และจัดรูปสมการใหม่อีกครั้ง จะได้ความเอนเอียงของตัวประมาณ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ คือ

$$Bias(\hat{\bar{Y}}_{NP1}) = \frac{(1-f)}{2n}\bar{Y}b_1\theta_4 C_x^2\left[(b_1+1)\theta_4 - 4K\right] \tag{24}$$

ในทำนองเดียวกัน ความเอนเอียงของตัวประมาณ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ จะมีค่าเท่ากับ

$$Bias(\hat{\bar{Y}}_{NP2}) = \frac{(1-f)}{2n}\bar{Y}b_1\theta_5 C_x^2\left[(b_1+1)\theta_5 - 4K\right] \tag{25}$$

ในขณะที่ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ จะหาได้จาก

$$\begin{aligned} MSE(\hat{\bar{Y}}_{NP1}) &= E(\hat{\bar{Y}}_{NP1} - \bar{Y})^2 \\ &= E\left(\bar{Y} - \bar{Y}b_1\theta_4 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_1^2 + \bar{Y}e_0 - \bar{Y}b_1\theta_4 e_0 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_0 e_1^2 - \bar{Y}\right)^2 \\ &= E\left(-\bar{Y}b_1\theta_4 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_1^2 + \bar{Y}e_0 - \bar{Y}b_1\theta_4 e_0 e_1 + \bar{Y}\frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_0 e_1^2\right)^2 \\ &= \bar{Y}^2 E\left(-b_1\theta_4 e_1 + \frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_1^2 + e_0 - b_1\theta_4 e_0 e_1 + \frac{b_1(b_1+1)}{2}\theta_4^2 e_0 e_1^2\right)^2 \\ &= \bar{Y}^2 E(e_0^2 + b_1^2\theta_4^2 e_1^2 - 2b_1\theta_4 e_0 e_1) \end{aligned} \tag{26}$$

แทนค่า $E(e_0) = E(e_1) = 0$, $E(e_0^2) = \dfrac{(1-f)}{n}C_y^2$, $E(e_1^2) = \dfrac{(1-f)}{n}C_x^2$, และ $E(e_0 e_1) = \dfrac{(1-f)}{n}\rho_{yx}C_y C_x$ ลงในสมการ (26) และจัดรูปสมการใหม่อีกครั้ง จะได้ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ คือ

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_{NP1}) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2\left[C_y^2 + b_1\theta_4 C_x^2(b_1\theta_4 - 2K)\right] \tag{27}$$

ในทำนองเดียวกัน ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ จะมีค่าเท่ากับ

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_{NP2}) = \frac{(1-f)}{n}\bar{Y}^2\left[C_y^2 + b_1\theta_5 C_x^2(b_1\theta_5 - 2K)\right] \tag{28}$$

3. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่กับตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องทางทฤษฎี

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ และ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ กับตัวประมาณ $\bar{y}$, $\bar{Y}_R$, $\bar{Y}_{SD}$, $\bar{Y}_{ST}$, $\bar{Y}_{SK}$, $\bar{Y}_{JK}$, $\bar{Y}_N$, $\bar{Y}_{NSD}$ และ $\bar{Y}_{NST}$ ผู้วิจัยจะพิจารณาจากความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย โดยมีรายละเอียดแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 แสดงเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ และ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ มีประสิทธิภาพดีว่าตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องทางทฤษฎี

ตัวประมาณที่เกี่ยวข้อง	เงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณที่นำเสนอดีกว่าตัวประมาณที่เกี่ยวข้อง	
	ตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$	ตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$
$\bar{y}$	$\rho_{yx} - \frac{C_x b_1 \theta_4}{2C_y} > 0$	$\rho_{yx} - \frac{C_x b_1 \theta_5}{2C_y} > 0$
$\bar{Y}_R$	$\rho_{yx} - \frac{C_x (b_1 \theta_4 + \theta_1)}{2C_y} > 0$	$\rho_{yx} - \frac{C_x (b_1 \theta_5 + \theta_1)}{2C_y} > 0$
$\bar{Y}_{SD}$	$\rho_{yx} - \frac{C_x (b_1 \theta_4 + \theta_2)}{2C_y} > 0$	$\rho_{yx} - \frac{C_x (b_1 \theta_5 + \theta_2)}{2C_y} > 0$
$\bar{Y}_{ST}$	$\rho_{yx} - \frac{C_x (b_1 \theta_4 + \theta_3)}{2C_y} > 0$	$\rho_{yx} - \frac{C_x (b_1 \theta_5 + \theta_3)}{2C_y} > 0$
$\bar{Y}_{SK}$	$\rho_{yx} - \frac{C_x (b_1 \theta_4 + \theta_4)}{2C_y} > 0$	$\rho_{yx} - \frac{C_x (b_1 \theta_5 + \theta_4)}{2C_y} > 0$
$\bar{Y}_{JK}$	$\rho_{yx} - \frac{C_x (b_1 \theta_4 + \theta_5)}{2C_y} > 0$	$\rho_{yx} - \frac{C_x (b_1 \theta_5 + \theta_5)}{2C_y} > 0$
$\bar{Y}_N$	$\rho_{yx} - \frac{b_1 C_x (\theta_4 + \theta_1)}{2C_y} > 0$	$\rho_{yx} - \frac{b_1 C_x (\theta_5 + \theta_1)}{2C_y} > 0$
$\bar{Y}_{NSD}$	$\rho_{yx} - \frac{b_1 C_x (\theta_4 + \theta_2)}{2C_y} > 0$	$\rho_{yx} - \frac{b_1 C_x (\theta_5 + \theta_2)}{2C_y} > 0$
$\bar{Y}_{NST}$	$\rho_{yx} - \frac{b_1 C_x (\theta_4 + \theta_3)}{2C_y} > 0$	$\rho_{yx} - \frac{b_1 C_x (\theta_5 + \theta_3)}{2C_y} > 0$

3. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่กับ ตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องทางการคำนวณเชิงตัวเลข ผู้วิจัยจะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ และ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ กับตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง จากการใช้ข้อมูลจริงจำนวน 4 ชุด ที่เก็บรวบรวมโดย Murthy (1967) Cochran (1977) Subramani and Kumarapandiyan (2013) และ Yadav *et al.* (2016) ตามลำดับ รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ลักษณะประชากรของข้อมูลทั้ง 4 ชุด

พารามิเตอร์	Murthy (1967)	Cochran (1977)	Subramani and Kumarapandiyan (2013)	Yadav *et al.* (2016)
	ข้อมูลชุดที่ 1	ข้อมูลชุดที่ 2	ข้อมูลชุดที่ 4	ข้อมูลชุดที่ 3
N	80	10	103	30
n	20	4	40	10
$\bar{Y}$	5,182.6370	101.0000	626.2123	17.5000
$\bar{X}$	285.1250	58.8000	557.1909	47.1333
ρ_{yx}	0.9150	0.6515	0.9936	0.3637
C_y	0.3540	0.1449	1.4588	0.4758
C_x	0.9480	0.1281	1.4683	0.6046
M_d	148.0000	58.0000	308.0500	36.0000

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ และ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ กับตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง จะพิจารณาจากความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย โดยตัวประมาณที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ และ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ จะมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ก็ต่อเมื่อ $MSE(\hat{\bar{Y}}_{NP1}, \hat{\bar{Y}}_{NP2}) < MSE(\hat{\theta})$ โดยที่ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณตัวอื่น ๆ จากนั้นจะทำการคำนวณหาค่าร้อยละประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Percent Relative Efficiencies: PRE) จาก

$$PRE(\hat{\theta}) = \frac{MSE(\bar{y})}{MSE(\hat{\theta})} \times 100 \qquad (29)$$

โดยผลการคำนวณค่า PRE ของตัวประมาณต่าง ๆ แสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ค่า PRE ของตัวประมาณต่าง ๆ ที่ศึกษาจากข้อมูลชุดที่ 1 2 3 และ 4 เทียบกับค่า PRE ของ $\bar{y}$

ตัวประมาณอัตราส่วน	ข้อมูลชุดที่ 1	ข้อมูลชุดที่ 2	ข้อมูลชุดที่ 3	ข้อมูลชุดที่ 4
$\bar{y}$	100.0000	100.0000	100.0000	100.0000
$\hat{Y}_R$	114.9008	158.8232	150.2592	100.1964
$\hat{Y}_{SD}$	115.8921	159.0481	150.2820	100.9346
$\hat{Y}_{ST}$	116.8184	159.9440	156.3293	101.9904
$\hat{Y}_{SK}$	118.7517	161.7687	165.6346	105.0737
$\hat{Y}_{JK}$	121.8115	164.8502	184.7492	108.0714
$\hat{Y}_N$	257.4983	173.1566	250.8762	137.2617
$\hat{Y}_{NSD}$	260.4180	173.1961	255.5555	138.1048
$\hat{Y}_{NST}$	263.0283	173.3420	260.8612	146.5074
$\hat{Y}_{NP1}$	311.3088	184.4971	280.9020	153.5231
$\hat{Y}_{NP2}$	322.4660	200.8494	287.3411	157.3587

จากตารางที่ 3 ภายใต้สถานการณ์ที่ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรช่วย x กับตัวแปรที่สนใจศึกษา y มีค่าเป็นบวก ผู้วิจัยสามารถสรุปผลจากค่า PRE ของตัวประมาณต่าง ๆ จากข้อมูลทั้ง 4 ชุด พบว่า เมื่อพิจารณาจากข้อมูลชุดเดียวกัน ตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอ $\hat{Y}_{NP2}$ เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณ $\bar{y}$, $\hat{Y}_R$, $\hat{Y}_{SD}$, $\hat{Y}_{ST}$, $\hat{Y}_{SK}$, $\hat{Y}_{JK}$, $\hat{Y}_N$, $\hat{Y}_{NSD}$, $\hat{Y}_{NST}$ และ $\hat{Y}_{NP1}$ โดยตัวประมาณ $\hat{Y}_{NP1}$ เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับตัวประมาณ $\hat{Y}_{NP2}$ มากที่สุด โดยค่า PRE ของตัวประมาณ $\hat{Y}_{NP1}$ เรียงจากข้อมูลชุดที่ 1 ถึง 4 มีค่าเท่ากับ 311.3088 184.4971 280.9020 และ 153.5231 ตามลำดับ หรืออาจกล่าวได้ว่า ภายใต้ข้อมูลชุดเดียวกัน ตัวประมาณ $\hat{Y}_{NP2}$ จะมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณ $\hat{Y}_{NP1}$ ประมาณ 1 เท่าเท่านั้น

ในขณะที่ตัวประมาณ $\hat{Y}_R$ จัดเป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับตัวประมาณ $\hat{Y}_{NP2}$ น้อยที่สุด โดยมีค่า PRE ที่คำนวณจากข้อมูลทั้ง 4 ชุด เรียงจากข้อมูลชุดที่ 1 ถึง 4 เท่ากับ 114.9008 158.8232 150.2592 และ 100.1964 ตามลำดับ หรืออาจกล่าวได้ว่าตัวประมาณ $\hat{Y}_R$ มีประสิทธิภาพด้อยกว่าตัวประมาณที่นำเสนอ $\hat{Y}_{NP2}$ ประมาณ 2.8 เท่า เมื่อคำนวณจากข้อชุดที่ 1 ในขณะที่ถ้าคำนวณจากข้อมูลชุดที่ 2 และ 3 จะพบว่า ตัวประมาณ $\hat{Y}_R$ จะมีประสิทธิภาพด้อยกว่าตัวประมาณที่นำเสนอ $\hat{Y}_{NP2}$ ประมาณ 1.3 เท่า และ 1.9 เท่าตามลำดับ และเมื่อคำนวณจากข้อมูลชุดที่ 4 จะพบว่า ตัวประมาณ $\hat{Y}_R$ มีประสิทธิภาพด้อยกว่าตัวประมาณที่นำเสนอ $\hat{Y}_{NP2}$ ประมาณ 1.6 เท่า

วิจารณ์ผลการวิจัย

จากการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ และ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ กับตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น ตัวประมาณ $\bar{y}$, $\hat{\bar{Y}}_{R}$, $\hat{\bar{Y}}_{SD}$, $\hat{\bar{Y}}_{ST}$, $\hat{\bar{Y}}_{SK}$, $\hat{\bar{Y}}_{JK}$, $\hat{\bar{Y}}_{N}$, $\hat{\bar{Y}}_{NSD}$, และ $\hat{\bar{Y}}_{NST}$ ในทางทฤษฎี จะพบว่า ตัวประมาณที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ จะมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณอื่น ๆ ทั้งหมด ถ้าเงื่อนไขต่าง ๆ ที่แสดงดังตารางที่ 1 เป็นจริง ในขณะที่การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ และ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ กับตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ในทางการคำนวณเชิงตัวเลข เมื่อพิจารณาจากค่า PRE ที่คำนวณจากข้อมูลทั้ง 4 ชุด พบว่าตัวประมาณที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ ให้ค่า PRE มากกว่าตัวประมาณอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องรวมถึงตัวประมาณ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า ตัวประมาณที่นำเสนอ $\hat{\bar{Y}}_{NP2}$ เป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณ $\bar{y}$, $\hat{\bar{Y}}_{R}$, $\hat{\bar{Y}}_{SD}$, $\hat{\bar{Y}}_{ST}$, $\hat{\bar{Y}}_{SK}$, $\hat{\bar{Y}}_{JK}$, $\hat{\bar{Y}}_{N}$, $\hat{\bar{Y}}_{NSD}$, $\hat{\bar{Y}}_{NST}$ และ $\hat{\bar{Y}}_{NP1}$ ทั้งในทางทฤษฎีและทางการคำนวณเชิงตัวเลข ภายใต้สถานการณ์ที่ตัวแปรสนใจศึกษา y และตัวแปรช่วย x มีความสัมพันธ์เชิงเส้นในทิศทางเดียวกันทางบวก

สรุปผลการวิจัย

จากการนำเสนอตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ สำหรับประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ภายใต้การเลือกตัวอย่างสุ่มแบบง่ายแบบไม่ใส่คืน โดยใช้ค่ามัธยฐานและขนาดของตัวอย่างจากตัวแปรช่วย ซึ่งพัฒนามาจากตัวประมาณที่นำเสนอโดย Nangsue (2009) และ Soponviwatkul and Lawson (2017) พบว่า ผลจากการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณอัตราส่วนที่นำเสนอตัวใหม่ที่นำเสนอ กับตัวประมาณตัวอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น ตัวประมาณ $\bar{y}$, $\bar{Y}_{R}$, $\bar{Y}_{SD}$, $\bar{Y}_{ST}$, $\bar{Y}_{SK}$, $\bar{Y}_{JK}$, $\bar{Y}_{N}$, $\bar{Y}_{NSD}$ และ $\bar{Y}_{NST}$ ทั้งในทางทฤษฎีและการคำนวณเชิงตัวเลขให้ผลที่สอดคล้องกัน กล่าวคือ ภายใต้สถานการณ์ที่ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรช่วย x กับตัวแปรที่สนใจศึกษา y มีค่าเป็นบวก ตัวประมาณอัตราส่วนตัวใหม่ที่นำเสนอ จะยังคงมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวประมาณอื่น ๆ ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่า ตัวประมาณอัตราส่วนที่นำเสนอมีประสิทธิภาพมากเพียงพอที่จะนำไปใช้ได้ต่อไปในกรณีที่มีการศึกษาภายใต้สถานการณ์เดียวกันกับงานวิจัยฉบับนี้

เอกสารอ้างอิง

Cochran, W. G. (1977). *Sampling Techniques*. (3rd ed). New York: John Wiley and Sons.

Jerajuddin, M. & Kishun, J. (2016). Modified Ratio Estimators for Population Mean Using Size of the Sample, Selected from Population. *International Journal of Scientific Research in Science, Engineering and Technology*, *2*, 10-16.

Murthy, M. N. (1967). *Sampling Theory and Methods*. India: Statistical Publishing Society. Calcutta.

Nangsue, N. (2009). Adjusted Ratio and Regression Type Estimators for Estimation of Population Mean When Some Observations are Missing. *World Academy of Science*, *53,* 787-790.

Singh, H. P. & Tailor, R. (2003). Use of Known Correlation Coefficient in Estimating the Finite Population Mean. *Statistics in Transition*, *6*, 555-560.

Sisodia, B. V. S. & Dwivedi, V. K. (1981). A Modified ratio Estimator Using Coefficient of Variation of Auxiliary Variable. *Journal of Indian Society Agricultural Statistics*, *33*, 13-18.

Soponviwatkul, K. & Lawson, N. (2017). New Ratio Estimators for Estimating Population Mean in Simple Random Sampling using a Coefficient of Variation, Correlation Coefficient and a Regression Coefficient. *Gazi University Journal of Science*, *30*, 610-621.

Subramani, J. & Kumarapandiyan, G. (2013). Estimation of Variance using Known Coefficient of Variation and Median of an Auxiliary Variable. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, *12*, 58-64.

Yadav, S. K., Subramani, J., Mishra, S. S. & Shukla, A. K. (2016). Improved Ratio-Cum- Product Estimators of Population Mean Using Known Population Parameters of Auxiliary Variables. *American Journal of Operational Research*, *6*(2), 48-54.