



อุปกรณ์สำหรับการวัดค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุโดยใช้ตัวเข้ารหัสแบบหมุน Apparatus for Measuring the Moment of Inertia of an Object Using a Rotary Encoder

รัชณุ กัดมัน^{1*} และ อรรถพล อ่ำทอง²

Ratchanoo Katman^{1*} and Attapon Amthong²

¹ สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม

² ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

¹ Program of Physics, Faculty of Science and Technology, Pibulsongkram Rajabhat University

² Department of Physics, Faculty of Science, Naresuan University

Received : 20 September 2020

Revised : 19 April 2021

Accepted : 26 August 2021

บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้ อุปกรณ์การทดลองได้ถูกออกแบบขึ้นสำหรับการวัดค่าโมเมนต์ความเฉื่อย ซึ่งมีส่วนประกอบหลักเป็น ตัวเข้ารหัสแบบหมุนและแผงวงจรอาร์ดูโนรุ่นนาโนสำหรับวัดการกระจัดเชิงมุมของวัตถุที่กำลังหมุน เราได้เสนอวิธีทำการทดลองเพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุใดๆ โดยใช้ตัวเข้ารหัสแบบหมุน ผลจากการทดลองจะถูกนำมาคำนวณและวิเคราะห์เพื่อนำไปเปรียบเทียบกับผลจากทฤษฎี ในงานวิจัยนี้เราใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของทอร์กเสียดทาน 2 แบบ เพื่อมาศึกษาและอธิบายการหมุน พบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของทอร์กเสียดทาน $\tau_f = a + b\omega$ ให้ผลลัพธ์สอดคล้องกับผลที่ได้จากการทดลอง อุปกรณ์การทดลองที่ออกแบบมานี้มีราคาถูกและหาซื้อได้ง่ายในร้านอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์จึงสามารถนำมาใช้ในห้องปฏิบัติการทางฟิสิกส์ได้เป็นอย่างดี

คำสำคัญ : โมเมนต์ความเฉื่อย ; ตัวเข้ารหัสแบบหมุน ; ทอร์กเสียดทาน

Abstract

In this paper, a laboratory apparatus is designed for measuring the moment of inertia. It mainly consists of a rotary encoder and an arduino nano board, which can be used to measure angular displacement of a rotating object. We propose our experimental approaches to achieve the moment of inertia of any objects using a rotary encoder. The experimental results from the encoder are calculated and analyzed in order to compare with the results from theory. Two mathematical models of the frictional torque are presented and investigated. We find that the mathematical model of $\tau_f = a + b\omega$ leads to the results which are in good agreement with the experimental results. Our designed laboratory apparatus is cheap and its components are available in electronics stores. Thus, it is able to be applied in physics laboratory.

Keywords : moment of inertia ; rotary encoder ; friction torque

*Corresponding author. E-mail : Ratchanook@psru.ac.th

บทนำ

วัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบหมุนจะพยายามรักษาสภาพเดิมของการหมุนไว้ ถือเป็นคุณสมบัติหนึ่งของวัตถุแข็งเกร็ง ในการต่อต้านการเปลี่ยนแปลงอัตราเร็วเชิงมุม ของการหมุนของวัตถุรอบแกนหมุน เรียกสมบัตินี้ว่า โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of Inertia) ของวัตถุ เป็นปริมาณที่บอกถึงความเฉื่อยในการหมุน (Rotational Inertia) ของวัตถุ ถ้าวัตถุมีค่าโมเมนต์ความเฉื่อยมาก วัตถุก็จะเปลี่ยนสภาพของการหมุนเดิมได้ยาก ในทางกลับกันถ้าวัตถุมีค่าโมเมนต์ความเฉื่อยน้อย วัตถุก็จะเปลี่ยนสภาพของการหมุนเดิมได้ง่าย ซึ่งในทางทฤษฎีวัตถุที่มีรูปทรงเรขาคณิตจะสามารถคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยได้ (Dirks *et al.*, 2013) จากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมาพบว่า มีการออกแบบการทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงเรขาคณิตซึ่งได้ผลค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุใกล้เคียงกับค่าทางทฤษฎี (Amrani, 2006) ทั้งนี้ในขณะที่วัตถุมีการหมุน หากมีแรงต้านของการเคลื่อนที่ทำให้วัตถุนั้นหมุนช้าลงจนกระทั่งหยุดหมุน ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์ชี้ตำแหน่งของจุดที่ถูกแรงกระทำ (\vec{r}) กับแรงต้าน (\vec{F}) นั้น เรียกว่า ทอร์กเสียดทาน (Friction torque) ($\vec{\tau}_f$) นั่นคือ $\vec{\tau}_f = \vec{r} \times \vec{F}$ ซึ่งจะไปมีผลต่อการหมุนของวัตถุ ต่อมาได้มีงานวิจัยที่มีการนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายทอร์กเสียดทาน ได้แก่งานวิจัยของ (Eadkhong *et al.*, 2012; Alam *et al.*, 2011) เสนอว่าทอร์กเสียดทานมีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับอัตราเร็วเชิงมุมดังสมการ $\tau_f = b\omega$ เมื่อ b คือสัมประสิทธิ์ของทอร์กเสียดทาน ในขณะที่ งานวิจัยของ (Kovalaková *et al.*, 2020; Oliveira, 2020) เชื่อว่าที่อัตราเร็วเชิงมุมต่ำๆ ทอร์กเสียดทานมีค่าไม่เท่ากับศูนย์จึงเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่า $\tau_f = a + b\omega$ เมื่อ a คือทอร์กเสียดทานที่ไม่ขึ้นกับอัตราเร็วเชิงมุม ในขณะที่ $b\omega$ คือทอร์กเสียดทานที่แปรผันตรงกับอัตราเร็วเชิงมุม นำแปลกใจว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบนี้สามารถอธิบายการเคลื่อนที่แบบหมุนในระบบของแต่ ละกลุ่มวิจัยได้เป็นอย่างดี จึงเกิดคำถามตามมาว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบใดดีกว่ากันหรือสามารถใช้ได้ทั้งสองแบบ จากการสืบค้นข้อมูลพบว่า มีงานวิจัยของ (Mungan, 2012) ได้เคยทำการศึกษารเคลื่อนที่แบบหมุนของจานอะลูมิเนียมโดย เปรียบเทียบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของทอร์กเสียดทานทั้งสองแบบ เขาพบว่าแบบจำลอง $\tau_f = a + b\omega$ สามารถ อธิบายการหมุนของจานอะลูมิเนียมได้ดีกว่าเมื่อเทียบกับผลจากการทดลอง อย่างไรก็ตามที่มวิจัยของเราคิดว่าแบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบสามารถใช้อธิบายทอร์กเสียดทานได้เป็นอย่างดีขึ้นอยู่กัระบบที่ศึกษาว่ามีค่า a และ b เป็น อย่างไร กล่าวคืออาจมีระบบที่มีค่า a น้อย อาจใช้แบบจำลอง $\tau_f = b\omega$ ก็เพียงพอ แต่บางระบบที่มีค่า a มาก อาจต้องใช้ แบบจำลอง $\tau_f = a + b\omega$ มาอธิบายการเคลื่อนที่ ในงานวิจัยนี้เราได้ศึกษาระบบที่สามารถหมุนได้ด้วยตัวเข้ารหัสแบบหมุน ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่นำมาวัดอัตราเร็วเชิงมุมได้อย่างสะดวก แต่ทว่ากลับยังไม่ม้งานวิจัยใดที่สามารถยืนยันได้ว่าแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ใดเหมาะสมในการนำมาใช้อธิบายการหมุนของตัวเข้ารหัสแบบหมุน เราจึงศึกษาแบบจำลองของทอร์กเสียดทาน ทั้งสองแบบนี้เพื่อตอบคำถามนี้ แม้ว่าจะมีงานวิจัยที่เสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของทอร์กเสียดทานแบบอื่นที่ดีกว่า 2 แบบข้างต้น (Porn and Braskén, 2016; Kladviová *et al.*, 2016) แต่ยังไม่เป็นที่ยอมรับเท่าที่ควรเนื่องจาก แบบจำลองทาง คณิตศาสตร์เหล่านี้มีความซับซ้อนมากกว่าและทำให้การแก้สมการอนุพันธ์ยากมากขึ้นไปอีกด้วย ในงานวิจัยนี้เราจึงเน้น การศึกษาไปที่แบบจำลอง $\tau_f = b\omega$ และ $\tau_f = a + b\omega$ เท่านั้น

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ออกแบบชุดอุปกรณ์และการทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยในการหมุนของวัตถุ โดยมีการศึกษาและทดลองเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบที่ได้กล่าวมาในข้างต้นถึงผลความแม่นยำ



ในการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยในการหมุนของวัตถุ ซึ่งชุดอุปกรณ์สำหรับการทดลองในงานวิจัยนี้ได้ออกแบบโดยใช้ตัวเข้ารหัสแบบหมุน ทำหน้าที่เป็นเซ็นเซอร์ในการวัดค่ามุมในการหมุนของวัตถุที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา โดยทำงานร่วมกับแผงวงจรไมโครคอนโทรลเลอร์ในการรับข้อมูลจากตัวเข้ารหัสแบบหมุนและจับเวลา พร้อมทั้งทำหน้าที่ในการบันทึกผลการทดลองออกมาในรูปแบบของไฟล์อิเล็กทรอนิกส์เพื่อให้ง่ายต่อการนำข้อมูลไปใช้งาน ผลลัพธ์จากงานวิจัยนี้ทำให้เราทราบว่าชุดอุปกรณ์ที่คิดประดิษฐ์มานี้สามารถวัดค่าโมเมนต์ความเฉื่อยในการหมุนของวัตถุได้จริงและมีถูกต้องเมื่อเทียบกับค่าโมเมนต์ความเฉื่อยที่ได้จากทฤษฎี อีกทั้งยังตอบคำถามได้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของทอร์กเสียดทาน (τ_f) แบบใดที่สามารถนำมาใช้กับอุปกรณ์นี้ได้เป็นอย่างดี

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ทฤษฎีและหลักการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อย

จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันความสัมพันธ์ระหว่าง โมเมนต์ความเฉื่อย (I) ทอร์ก (τ) ที่มากระทำต่อระบบและความเร่งเชิงมุม (α) รอบแกนหมุนเป็นไปตามสมการ

$$\tau = I\alpha \quad (1)$$

โดยหากว่าทอร์ก (τ) นี้ดำเนินการหมุนของวัตถุ เราจะเรียกมันว่าทอร์กเสียดทาน (τ_f) ซึ่งทอร์กเสียดทานสามารถอธิบายด้วยสมการหลายรูปแบบเช่น งานวิจัยของ (Eadkhong *et al.*, 2012) เสนอว่าทอร์กเสียดทาน (τ_f) สัมพันธ์กับอัตราเร็วเชิงมุม (ω) ดังสมการ

$$\tau_f = b\omega \quad (2)$$

โดย b คือค่าคงที่ที่กำหนดขนาดของทอร์กเสียดทาน (τ_f) เมื่อระบบมีอัตราเร็วเชิงมุม (ω) พิจารณาสมการที่ (1) และสมการที่ (2) โดยกำหนดให้ $\tau_f = -\tau$ จะได้ว่า

$$b\omega = -I\alpha \quad (3)$$

ในสมการที่ (3) อัตราเร็วเชิงมุม (α) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ $\frac{d\omega}{dt}$ ได้ เราจึงสามารถแก้สมการที่ (3) ได้เป็น

$$\omega(t) = \omega_0 e^{\frac{-bt}{I}} \quad (4)$$

นอกจากนี้งานวิจัยของ (Mungan, 2012) เสนอว่าทอร์กเสียดทาน (τ_f) สัมพันธ์กับอัตราเร็วเชิงมุม (ω) แบบเชิงเส้นดังสมการ

$$\tau_f = a + b\omega \quad (5)$$

โดย a คือค่าคงที่ที่แสดงค่าของทอร์กเสียดทาน (τ_f) เมื่อระบบมีอัตราเร็วเชิงมุม (ω) เท่ากับ 0 พิจารณาสมการที่ (1) และสมการที่ (5) โดยกำหนดให้ $\tau_f = -\tau$ จะได้ว่า

$$a + b\omega = -I\alpha \quad (6)$$

เนื่องจาก $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ เราสามารถหาผลเฉลยของสมการที่ (6) ได้เป็น

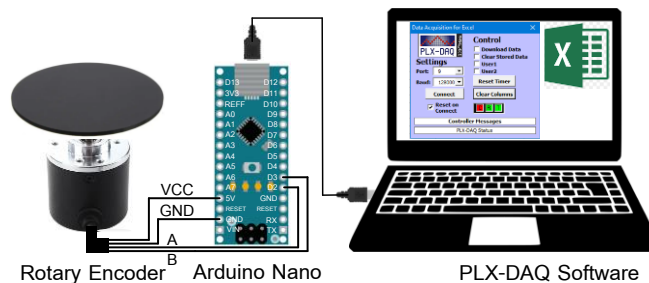
$$\omega(t) = \left(\omega_0 + \frac{a}{b} \right) e^{-\frac{bt}{I}} - \frac{a}{b} \quad (7)$$

ผลเฉลยของสมการอัตราเร็วเชิงมุมซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา $\omega(t)$ จากสมการที่ (4) และสมการที่ (7) จะถูกนำมาใช้ในการวิเคราะห์เปรียบเทียบเพื่อหาสมการที่เหมาะสมกับผลการทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุในงานวิจัยนี้ โดยใช้ตัวเข้ารหัสแบบหมุน ซึ่งค่าโมเมนต์ความเฉื่อย (I) ในสมการข้างต้นจะประกอบด้วยค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวางวัตถุ (I_b) และค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ (I_o) ดังสมการ

$$I = I_b + I_o \quad (8)$$

2. การออกแบบชุดอุปกรณ์การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อย

การออกแบบชุดอุปกรณ์สำหรับการทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยในการหมุนของวัตถุในงานวิจัยนี้ได้นำตัวเข้ารหัสแบบหมุนชนิด 400 พัลส์ต่อรอบมาใช้ในการวัดตำแหน่งองศาในการหมุนของวัตถุ ที่ตำแหน่งแกนหมุนของตัวเข้ารหัสแบบหมุนจะยึดติดกับแผ่นอะคริลิกรูปวงกลมรัศมี 3.25 เซนติเมตร เพื่อใช้เป็นฐานสำหรับวางวัตถุรูปทรงใดๆ ที่ต้องการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อย โดยตัวเข้ารหัสแบบหมุนถูกเชื่อมต่อกับแผงวงจรรายละเอียดในรุ่นนาโน (Arduino Nano) ซึ่งเป็นแผงวงจรมicroคอนโทรลเลอร์ที่มีขนาดเล็ก ใช้สำหรับประมวลผลสัญญาณดิจิทัลที่รับจากตัวเข้ารหัสแบบหมุนเพื่อแปลงเป็นค่ามุมการหมุนและทำหน้าที่จับเวลาในขณะที่วัตถุเกิดการหมุน จากนั้นข้อมูลจะถูกส่งผ่านทางพอร์ตยูเอสบี (Universal Serial Bus: USB) บันทึกไว้ในรูปแบบของไฟล์เอกซ์เซล (Excel) โดยใช้โปรแกรม PLX-DAQ (Parallax Data Acquisition) ค่ามุมการหมุนและเวลาที่บันทึกได้จะถูกนำไปใช้ในการคำนวณหาค่าอัตราเร็วเชิงมุมของวัตถุ ชุดอุปกรณ์การทดลองที่ออกแบบขึ้นดังแสดงในภาพที่ 1 ประกอบด้วยอุปกรณ์ 2 ส่วนหลักๆ คือ ตัวเข้ารหัสแบบหมุนและแผงวงจรรายละเอียดในรุ่นนาโน ซึ่งสามารถหาซื้อและสร้างเป็นชุดการทดลองได้ง่าย ราคาต้นทุนในการสร้างต่ำ เมื่อเทียบกับชุดอุปกรณ์ “centripetal force apparatus” (Sargent-Welch model CP93000) ที่ใช้ทดลองในงานวิจัยก่อนหน้านี้ (Mungan, 2012)

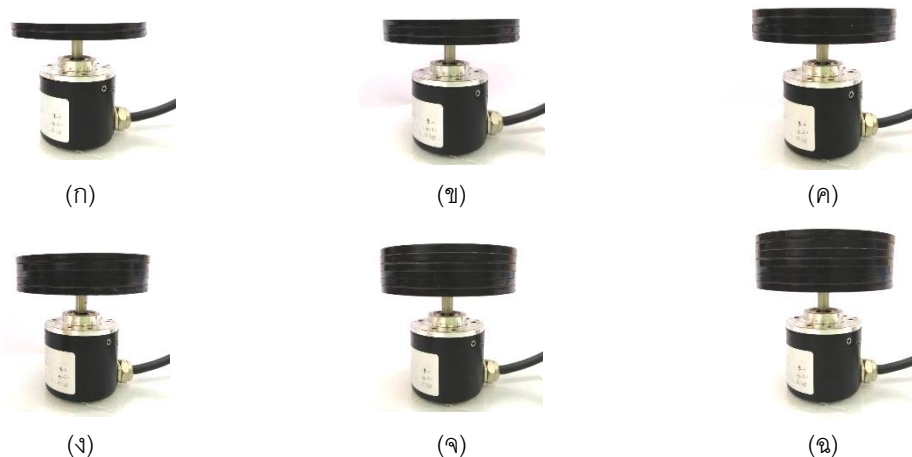


ภาพที่ 1 ชุดอุปกรณ์การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ

3. การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ

การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยในการหมุนของวัตถุโดยใช้ชุดอุปกรณ์ที่ออกแบบขึ้น แบ่งออกเป็น 2 ตอนดังนี้
ตอนที่ 1 การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวางวัตถุ (I_0)

ในการทดลองตอนที่ 1 ออกแบบมาเพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวางวัตถุ (I_0) ซึ่งฐานวางวัตถุนี้ประกอบด้วย แกนหมุนของตัวเข้ารหัสแบบหมุนยึดติดกับแผ่นอะคริลิกรูปวงกลม 2 แผ่น มาประกบกัน แสดงดังภาพที่ 2(ก) ดังที่กล่าวไว้ใน ส่วนของการออกแบบชุดอุปกรณ์ แผ่นอะคริลิกที่ใช้ในการทดลองมีมวล 11.75 กรัม รัศมียาว 3.25 เซนติเมตร ความหนา 3 มิลลิเมตร มีค่าโมเมนต์ความเฉื่อย (I_0) จากการคำนวณทางทฤษฎี (Dirks *et al.*, 2013) เท่ากับ 6.21×10^{-6} กิโลกรัม.เมตร² ทำการทดลองโดยนำแผ่นอะคริลิกขนาดเดียวกันมาวางซ้อนทับกันครั้งละ 1 แผ่น กระทั่งครบ 5 แผ่น ดังภาพที่ 2(ก) - 2(ด) ซึ่งในขั้นต้นแรกจะทำการทดลองโดยใช้มือบิดฐานวางวัตถุในรูป 2(ก) อย่างรวดเร็วเพื่อให้แน่ใจว่าทอร์กที่มีผลต่อการหมุน มีเพียงทอร์กเสียดทานเท่านั้น จากนั้นนำค่าองศาการหมุนที่ตรวจวัดได้จากตัวเข้ารหัสแบบหมุนและค่าเวลาที่บันทึกได้โดยโปรแกรม PLX-DAQ ผ่านการประมวลผลของแผงวงจรบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ในรุ่นนาโนมาคำนวณหาค่าอัตราเร็วเชิงมุม ที่เปลี่ยนแปลงไป ตั้งแต่วัตถุเริ่มหมุนจนกระทั่งหยุดหมุนโดยใช้โปรแกรมเอกซ์เซลในการคำนวณ หลังจากนั้นพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง ค่าอัตราเร็วเชิงมุม (ω) และค่าเวลา (t) โดยพล็อตเทียบกับค่าทฤษฎีตามความสัมพันธ์ดังสมการที่ (4) และสมการที่ (7) ตามลำดับ ซึ่งจะทำให้ทราบค่า b/I ของกราฟ ทำการทดลองซ้ำโดยใช้มือบิดฐานวางวัตถุในรูป 2(ก) ให้มีค่าอัตราเร็วเชิงมุม เริ่มต้น (ω_0) ที่แตกต่างกันจนครบ 15 ครั้ง เพื่อหาค่าเฉลี่ยของ b/I ($\overline{b/I}$) จากนั้นวางแผ่นอะคริลิกซ้อนบนฐานวางวัตถุเพิ่ม 1 แผ่นดังแสดงในภาพที่ 2(ข) แล้วทำการทดลองซ้ำกระบวนการเดิมจนครบตามจำนวนแผ่นอะคริลิกที่เตรียมไว้ทั้งหมด 5 แผ่น นำค่า b/I มาพล็อตเทียบกับค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) ซึ่งจากการพิจารณาสมการที่ (4) และสมการที่ (7) ค่า b/I ที่ได้ควรมีค่าคงที่แม้ว่าค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) จากการใช้มือบิดแต่ละครั้งจะเปลี่ยนไป ค่าเฉลี่ยของ b/I ($\overline{b/I}$) ที่ได้ จากแต่ละการทดลองจะสามารถนำไปคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวางวัตถุ (I_0) ได้




ภาพที่ 2 ฐานวางวัตถุพร้อมแผ่นอะคริลิก (ก) ฐานวางวัตถุ (ข) วางแผ่นอะคริลิก 1 แผ่น (ค) วางแผ่นอะคริลิก 2 แผ่น (ง) วางแผ่นอะคริลิก 3 แผ่น (จ) วางแผ่นอะคริลิก 4 แผ่น และ (ด) วางแผ่นอะคริลิก 5 แผ่น

ตอนที่ 2 การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุใดๆ (I_o)

การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุใดๆ (I_o) ในงานวิจัยนี้จะเน้นเป็นรูปทรงเรขาคณิต 6 รูปทรงดังแสดงในตารางที่ 1 เพื่อที่จะสามารถตรวจสอบความถูกต้องของค่าโมเมนต์ความเฉื่อยที่ได้จากการทดลองเทียบกับค่าโมเมนต์ความเฉื่อยที่คำนวณได้จากทางทฤษฎี (Dirks *et al.*, 2013) ซึ่งจะดำเนินการทดลองโดยวางวัตถุให้อยู่ในสภาวะสมดุลตรงตำแหน่งกึ่งกลางฐานวางวัตถุ จากนั้นใช้มือบิดฐานอย่างรวดเร็ว นำค่าองศาการหมุนและค่าเวลาที่บันทึกได้ขณะที่วัตถุเริ่มหมุนจนกระทั่งหยุดหมุนมาคำนวณหาค่าอัตราเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนแปลงไป หลังจากนั้นพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราเร็วเชิงมุม (ω) และค่าเวลา (t) โดยพล็อตกราฟเทียบกับค่าทฤษฎีตามความสัมพันธ์ดังสมการที่ (4) และสมการที่ (7) ตามลำดับ ซึ่งจะทำให้ทราบค่า b/I ของกราฟ ทำการทดลองซ้ำโดยใช้มือบิดฐานวางวัตถุให้มีค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_o) ที่แตกต่างกันจนครบ 15 ครั้ง และหาค่า b/I เฉลี่ย ทำการทดลองซ้ำกระบวนการเดิมโดยเปลี่ยนรูปทรงวัตถุที่ใช้ในการทดลองจนครบทั้ง 6 รูปทรงตามที่ได้จัดเตรียมไว้ นำค่า b/I ของวัตถุรูปทรงต่างๆ มาพล็อตเทียบกับค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_o) จากการพิจารณาสมการที่ (4) และสมการที่ (7) ค่า b/I ที่ได้ควรมีค่าคงที่แม้ว่าค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_o) จะเปลี่ยนแปลง ซึ่งค่าเฉลี่ยของค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวางวัตถุ (\bar{I}_b) และค่าเฉลี่ยของค่าคงที่ b (\bar{b}) ที่ได้จากการทดลองตอนที่ 1 จะถูกนำมาใช้ในการคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่างๆ (I_o) ในตอนที่ 2 ได้

ตารางที่ 1 รูปทรงของวัตถุที่ใช้ในการทดลอง และค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ (I_o) ที่คำนวณได้จากทฤษฎี

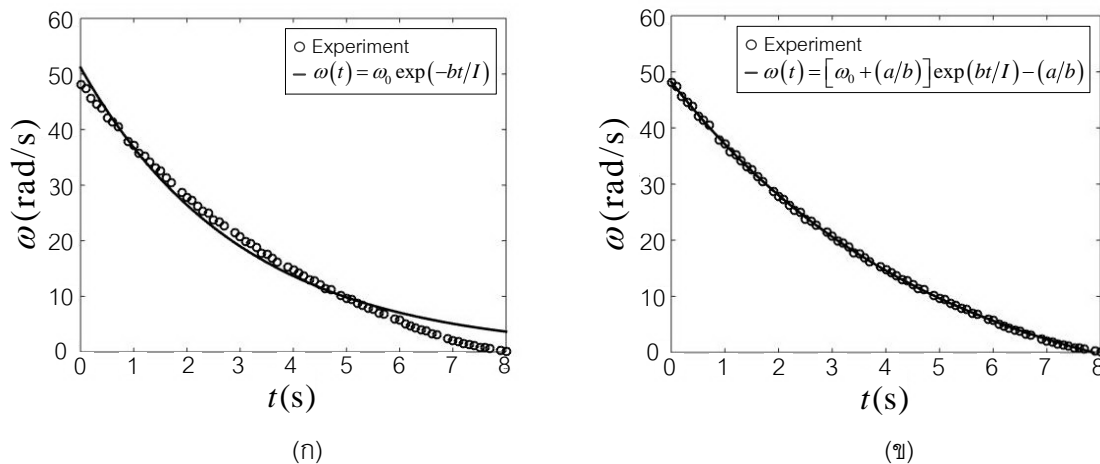
ลำดับ วัตถุ	วัตถุ	รูปทรงวัตถุ	มวล (กรัม)	รัศมี (เซนติเมตร)		ขนาด (เซนติเมตร)		ค่า I_o จากทฤษฎี (10^{-6} กิโลกรัม.เมตร ²)
				ภายใน	ภายนอก	กว้าง	ยาว	
1		วงแหวนขนาดใหญ่	24.45	0.78	5.23	-	-	34.11
2		วงแหวนขนาดเล็ก	28.86	0.90	2.20	-	-	8.15
3		ทรงกระบอกกลวง	25.24	1.30	1.58	-	-	5.21
4		สี่เหลี่ยมแผ่นเล็ก	20.41	-	-	2.85	4.90	5.47
5		สี่เหลี่ยมแผ่นใหญ่	47.12	-	-	4.95	7.85	33.82
6		ทรงกลมตัน	9.78	-	1.45	-	-	0.82

ผลการวิจัย

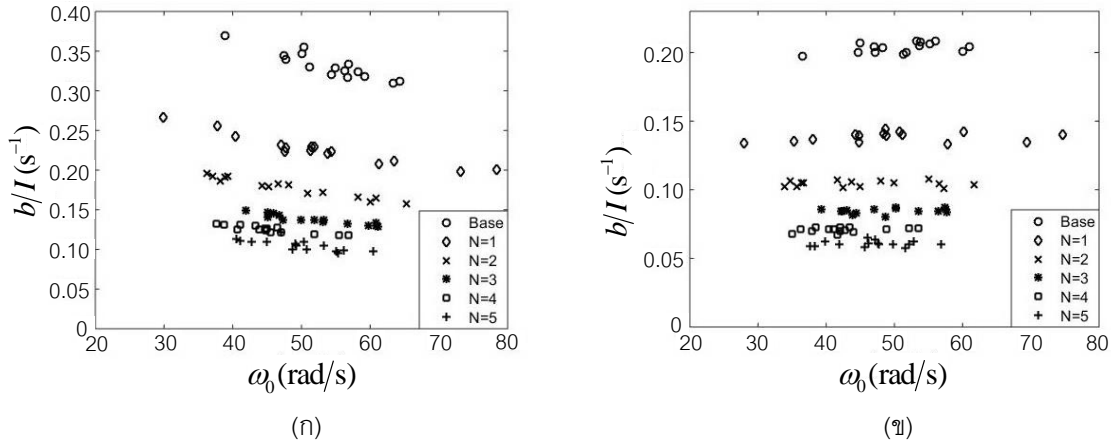
การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยในการหมุนของวัตถุโดยใช้ตัวเข้ารหัสแบบหมุนพร้อมชุดทดลองที่ออกแบบขึ้นในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ออกแบบการทดลองไว้ 2 ตอน ซึ่งในตอนที่ 1 เป็นการทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวงวัตถุ (I_b) โดยผลการทดลองที่ได้จากตอนที่ 1 จะถูกนำไปใช้ในการคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงต่างๆ (I_o) ในการทดลองตอนที่ 2 ตามกระบวนการทดลองที่ได้อธิบายไว้ในส่วนของวิธีดำเนินการวิจัย ซึ่งให้ผลการทดลองเป็นดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวงวัตถุ

จากการทดลองในกรณีที่ไม่มีแผ่นอะคริลิกวางบนฐานวงวัตถุและใช้มือบิดฐานวงวัตถุอย่างรวดเร็ว 1 ครั้ง จะได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราเร็วเชิงมุม (ω) กับเวลา (t) ของฐานวงวัตถุ ดังแสดงในภาพที่ 3 โดยสัญลักษณ์วงกลมคือค่าอัตราเร็วเชิงมุมที่ได้จากการทดลอง และเส้นทึบคือกราฟที่ได้จากการใช้โปรแกรมเอกซ์เซลมาหา curve fitting เพื่อหาค่า b/I ที่ทำให้สมการที่ (4) และสมการที่ (7) แนบกับข้อมูลจากการทดลองให้มากที่สุด จากนั้นทดลองบิดฐานวงวัตถุ 15 ครั้ง จะได้ค่า b/I ที่สอดคล้องกับค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) ที่ต่างกันจำนวน 15 ค่า ซึ่งในภาพที่ 4 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า b/I และค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) จำนวน 15 ค่า จากการทดลองบิดฐานวงวัตถุและจากการทดลองนำแผ่นอะคริลิกจำนวน 1 แผ่น 2 แผ่น 3 แผ่น 4 แผ่น และ 5 แผ่น วางบนฐานวงวัตถุ ตามลำดับ (N=1 ถึง N=5 ในภาพที่ 4)



ภาพที่ 3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงมุม (ω) กับเวลา (t) ของฐานวงวัตถุ (Base) ที่ได้จากการทดลองเทียบกับ (ก) สมการที่ (4) โดย b/I มีค่า 0.32 s^{-1} และ ω_0 มีค่า 51.13 rad/s และ (ข) สมการที่ (7) โดย b/I มีค่า 0.20 s^{-1} และ ω_0 มีค่า 48.20 rad/s



ภาพที่ 4 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า b/I และค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) โดย (ก) ค่า b/I ได้จากการหา curve fitting ด้วยสมการที่ (4) และ (ข) ค่า b/I ได้จากการหา curve fitting ด้วยสมการที่ (7)

ผลของค่า b/I ทั้ง 15 ค่าที่ได้จากการทดลองโดยการวางแผ่นอะคริลิกที่มีจำนวนแตกต่างกันบนฐานวางวัตถุ ดังภาพที่ 4 สามารถนำมาหาค่าเฉลี่ยของ b/I ($\overline{b/I}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ ดังแสดงในตารางที่ 2 จากความสัมพันธ์ดังสมการที่ (9)

$$b/I = b/(I_b + I_o) \tag{9}$$

เมื่อ (I_o) คือค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุที่วางบนฐานวางวัตถุซึ่งทราบค่าอยู่แล้ว (แผ่นอะคริลิกมีค่าโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ 6.21×10^{-6} กิโลกรัม.เมตร²) สามารถนำความสัมพันธ์นี้มาคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวางวัตถุ (I_b) และค่าคงที่ b ได้ แต่เนื่องจากค่า b/I ที่ได้จากการปิดแต่ละครั้งแม้จะใกล้เคียงกันแต่ก็ไม่เท่ากัน ดังนั้นจึงใช้ค่าเฉลี่ยของ b/I ($\overline{b/I}$) จากตารางที่ 2 นั่นคือ

$$\overline{b/I} = b/(I_b + I_o) \tag{10}$$

สำหรับใช้ในการแก้ระบบสมการและหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวางวัตถุ (I_b) และค่าคงที่ b ดังแสดงในตารางที่ 3



ตารางที่ 2 ค่าเฉลี่ยของ b/I ($\overline{b/I}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จากการวัดฐานวางวัตถุทั้งหมด 15 ครั้ง เมื่อมีแผ่นอะคริลิกจำนวน 1-5 แผ่นวางบนฐานวางวัตถุ สืบเนื่องจากสมการที่ (4) และ (7)

จำนวนแผ่นอะคริลิก (แผ่น)	ค่า $\overline{b/I}$ (s^{-1})		ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	
	จากสมการที่ (4)	จากสมการที่ (7)	จากสมการที่ (4)	จากสมการที่ (7)
0 (ฐานวางวัตถุ)	0.3397	0.2036	0.0169	0.0037
1	0.2262	0.1384	0.0185	0.0035
2	0.1780	0.1045	0.0127	0.0022
3	0.1375	0.0845	0.0065	0.0018
4	0.1251	0.0708	0.0047	0.0017
5	0.1052	0.0606	0.0073	0.0020

ตารางที่ 3 ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวางวัตถุ (I_b) และค่าคงที่ b สืบเนื่องจากสมการที่ (4) และ (7)

จำนวนแผ่น อะคริลิก (แผ่น)	สมการที่ (4)		สมการที่ (7)	
	I_b (10^{-6} kg.m^2)	b ($10^{-6} \text{ kg.m}^2/\text{s}$)	I_b (10^{-6} kg.m^2)	b ($10^{-6} \text{ kg.m}^2/\text{s}$)
1	13.40	4.599684	13.22	2.686862
2	14.39	4.718376	13.10	2.674005
3	13.21	4.500193	13.24	2.688012
4	15.06	4.871027	13.25	2.689437
5	14.45	4.753101	13.17	2.684167
ค่าเฉลี่ย	14.10	4.688476	13.20	2.684496

ค่าเฉลี่ยของค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวางวัตถุ $\overline{I_b}$ และค่าเฉลี่ยของค่าคงที่ \overline{b} ที่ได้จากสมการที่ (4) และ (7) จะถูกนำไปใช้คำนวณต่อในการทดลองตอนที่ 2







ตอนที่ 2 การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ

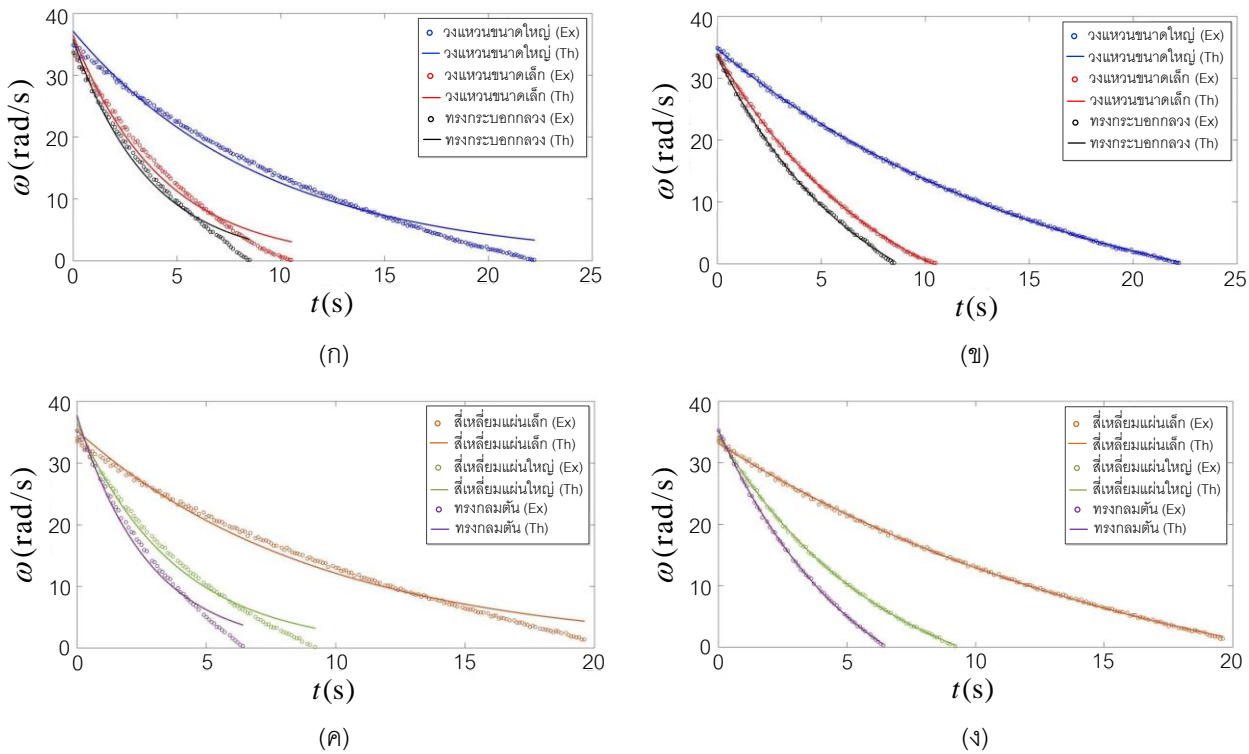
จากการทดลองนำวัตถุที่มีรูปทรงแตกต่างกัน 6 รูปทรง วางบนฐานวางวัตถุ และใช้มีดปัดฐานวางวัตถุอย่างรวดเร็ว 1 ครั้ง จะได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราเร็วเชิงมุม (ω) กับเวลา (t) แสดงดังภาพที่ 5 โดยสัญลักษณ์วงกลมคือค่าอัตราเร็วเชิงมุมที่ได้จากการทดลอง และเส้นที่ปัดคือกราฟที่ได้จากการใช้โปรแกรมเอกซ์เซลมาหา curve fitting เพื่อหาค่า b/I ที่ทำให้สมการที่ (4) และสมการที่ (7) แนบกับข้อมูลจากการทดลองให้มากที่สุด จากนั้นทำการทดลองเหมือนตอนที่ 1 โดยทดลองปัดฐานวางวัตถุ 15 ครั้ง จะได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า b/I ของวัตถุที่แตกต่างกัน 6 รูปทรง และค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) ดังแสดงในภาพที่ 6 ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการกระจายตัวของค่า b/I ที่ได้จากสมการที่ (4) และสมการที่ (7) ค่า b/I แต่ละค่าจะถูกนำมาคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ (I_0) ได้ โดยใช้ความสัมพันธ์

$$b/I = \bar{b} / (\bar{I}_b + I_0) \tag{11}$$

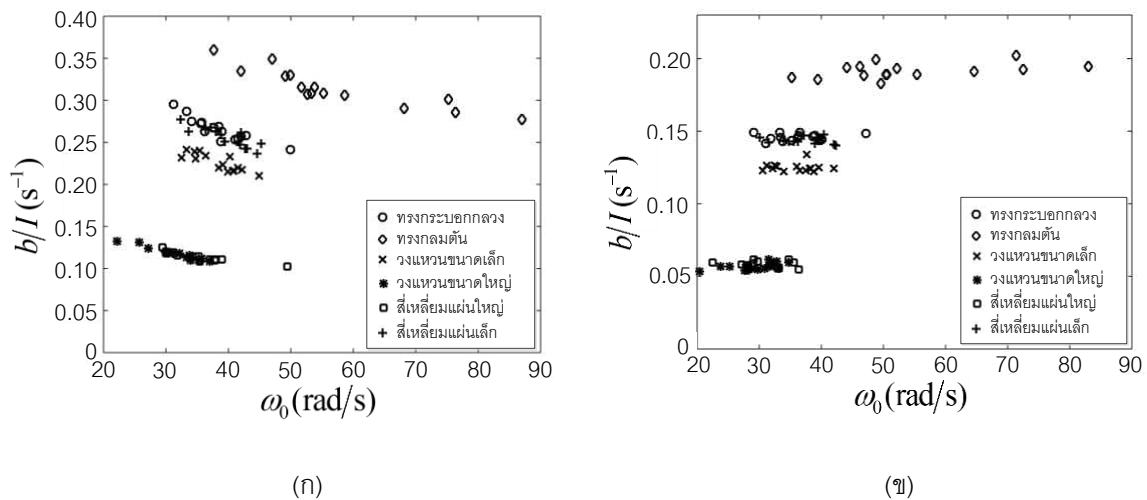
ซึ่ง \bar{I}_b และ \bar{b} ได้จากตารางที่ 3 จากนั้นคำนวณหาค่าเฉลี่ยของค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ (\bar{I}_0) จากการปัด 15 ครั้ง แล้วคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนของโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแต่ละรูปทรงโดยเทียบกับค่าจากทฤษฎีได้ ดังแสดงในตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ค่าเฉลี่ยของค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ \bar{I}_0 จากการทดลอง และค่าความคลาดเคลื่อน

ลำดับวัตถุ	วัตถุ	รูปทรงวัตถุ	สมการที่ (4)		สมการที่ (7)	
			\bar{I}_0 (10^{-6} kg.m ²)	ร้อยละ ความคลาดเคลื่อน	\bar{I}_0 (10^{-6} kg.m ²)	ร้อยละ ความคลาดเคลื่อน
1		วงแหวนขนาดใหญ่	25.72	24.60	34.17	0.18
2		วงแหวนขนาดเล็ก	6.65	18.40	8.31	1.96
3		ทรงกระบอกกลวง	3.56	31.67	5.22	0.19
4		สี่เหลี่ยมแผ่นเล็ก	4.22	22.85	5.47	0.00
5		สี่เหลี่ยมแผ่นใหญ่	27.04	20.05	33.19	1.86
6		ทรงกลมตัน	0.83	1.22	0.83	1.22



ภาพที่ 5 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงมุม (ω) กับเวลา (t) ที่ได้จากการทดลองของระบบที่ประกอบด้วยฐานวางวัตถุที่มีวัตถุรูปแตกต่างกัน (ตารางที่ 1) เทียบกับผลจากทฤษฎี โดย (ก) และ (ค) ได้จากสมการที่ (4) ขณะที่ (ข) และ (ง) ได้จากสมการที่ (7)



ภาพที่ 6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า b/I ของวัตถุรูปทรงต่างๆ (ตารางที่ 1) และค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) (ก) ค่า b/I ได้จากการหา curve fitting ด้วยสมการที่ (4) และ (ข) ค่า b/I ได้จากการหา curve fitting ด้วยสมการที่ (7)

วิจารณ์ผลการวิจัย

ตอนที่ 1 การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวงวัตถุ

จากกราฟผลการทดลองในภาพที่ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราเร็วเชิงมุม (ω) กับเวลา (t) ของฐานวงวัตถุ ซึ่งได้จากการปัดฐานวงวัตถุหนึ่งครั้งจะทำให้ได้ค่า b/I จำนวน 1 ค่า พบว่าเมื่อเวลาเพิ่มขึ้นอัตราเร็วเชิงมุม (ω) จะลดลงคล้ายกับการลดลงของกราฟเอกซ์โพเนนเชียล เนื่องจากมีทอร์กเสียดทานเท่านั้นที่กระทำกับระบบ และเห็นได้ชัดว่าสมการที่ (7) สามารถสร้างเส้นทึบที่แนบไปกับข้อมูลจากการทดลองได้ดีกว่าสมการที่ (4) นั่นแสดงถึงความสำคัญของค่าคงที่ a ในสมการที่ (5) และจากกราฟผลการทดลองในภาพที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า b/I และค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) ซึ่งเกิดจากการปัดฐานวงวัตถุที่มีจำนวนแผ่นอะคริลิกแตกต่างกัน ($N=1$ ถึง $N=5$ ในภาพที่ 4) พบว่าผลการทดลองที่ได้มีความสมเหตุสมผล กล่าวคือ ค่า b/I จากกรณีวางแผ่นอะคริลิกหลายแผ่น (N มีค่ามาก) ย่อมน้อยกว่าค่า b/I จากกรณีวางแผ่นอะคริลิกน้อยแผ่น (N มีค่าน้อย) เนื่องจาก $I = I_b + I_o$ และ (I_o) มีค่ามากเมื่อ N มีค่ามากนั่นเอง อีกประเด็นที่น่าสนใจคือความคงที่ของค่า b/I ซึ่งโดยหลักการแล้ว ค่า b/I จะไม่ขึ้นกับอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) แต่เราพบว่าค่า b/I ที่ได้จากสมการที่ (4) แสดงแนวโน้มลดลงเล็กน้อยเมื่ออัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) เพิ่มขึ้น โดยจะเห็นได้ชัดในกรณีที่วางแผ่นอะคริลิกจำนวน 1 แผ่น ($N=1$) หรือกรณีที่ไม่วางแผ่นอะคริลิก (Base) ขณะที่การกระจายตัวของค่า b/I ที่ได้จากสมการที่ (4) นั้น ไม่แสดงแนวโน้มว่าเพิ่มขึ้นหรือลดลง ผลการทดลองนี้ยังส่งเสริมว่าสมการที่ (7) สามารถอธิบายการหมุนของระบบนี้ได้ดีกว่าสมการที่ (4)

ค่าเฉลี่ยของ b/I ($\overline{b/I}$) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในตารางที่ 2 พบว่าค่าเฉลี่ยของ b/I ($\overline{b/I}$) จากสมการที่ (4) มีค่ามากกว่า ค่าเฉลี่ยของ b/I ($\overline{b/I}$) จากสมการที่ (7) เสมอ และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ได้แสดงถึงการกระจายตัวของข้อมูลจากสมการที่ (7) น้อยกว่าข้อมูลจากสมการที่ (4) แต่ในขั้นตอนนี้ยังบอกไม่ได้ว่าค่า $\overline{b/I}$ จากสมการใดถูกต้องกว่ากัน เมื่อนำค่าเฉลี่ยของ b/I ($\overline{b/I}$) ที่ได้จากตารางที่ 2 มาแก้ระบบสมการจะได้ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวงวัตถุ (I_b) และค่าคงที่ b ดังแสดงในตารางที่ 3

ตอนที่ 2 การทดลองหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ

กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราเร็วเชิงมุม (ω) กับเวลา (t) ในภาพที่ 5 เป็นผลการทดลองจากการใช้มือปัดฐานวงวัตถุอย่างรวดเร็ว 1 ครั้ง โดยแต่ละครั้งจะเปลี่ยนรูปทรงของวัตถุที่ใช้วางบนฐานวงวัตถุทั้งหมด 6 รูปทรง พบว่าผลการทดลองคล้ายตอนที่ 1 กล่าวคือสมการที่ (7) สามารถสร้างเส้นทึบที่แนบไปกับข้อมูลจากการทดลองได้ดีกว่าสมการที่ (4) สำหรับวัตถุทุก รูปทรงที่วางบนฐานวงวัตถุ นั่นแสดงถึงความสำคัญของค่าคงที่ a ในสมการที่ (5) และเมื่อทดลองปัดฐานวงวัตถุ 15 ครั้ง จะได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า b/I ของวัตถุที่แตกต่างกัน 6 รูปทรง (ตารางที่ 1) และค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) ดังแสดงในภาพที่ 6 ซึ่งผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าทรงกลมตันมีโมเมนต์ความเฉื่อยน้อยกว่าวัตถุรูปทรงอื่น เนื่องจากค่า b/I อยู่ในระดับที่สูงที่สุด ขณะที่วงแหวนขนาดใหญ่มีโมเมนต์ความเฉื่อยมากกว่าวัตถุรูปทรงอื่นเนื่องจากค่า b/I อยู่ในระดับที่ต่ำที่สุด ซึ่งในภาพที่ 6(ข) แสดงให้เห็นอีกครั้งว่าค่า b/I ไม่ขึ้นกับค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) และ



เป็นไปตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มากกว่าภาพที่ 6(ก) โดยค่า b/I ที่มีแนวโน้มเปลี่ยนแปลงตามค่าอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น (ω_0) ในภาพที่ 6(ก) แสดงถึงความบกพร่องของสมการที่ (4) อีกครั้ง

ค่า b/I ที่ได้จากการวัด 15 ครั้งจำนวน 15 ค่า ดังกราฟผลการทดลองในภาพที่ 6 ถูกนำมาใช้คำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ (I_0) จากความสัมพันธ์ในสมการที่ (11) ทำให้ได้ค่า (I_0) มา 15 ค่า เมื่อนำมาหาค่าเฉลี่ยจะได้ค่าเฉลี่ยของค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ \bar{I}_0 ดังแสดงในตารางที่ 4 หลังจากหาค่าความคลาดเคลื่อนของโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแต่ละรูปทรงโดยใช้ค่าจากทฤษฎีในตารางที่ 1 เป็นค่าแท้จริง พบว่าค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุที่วัดได้โดยอาศัยสมการที่ (7) มีความถูกต้องสูงมาก กล่าวคือค่าร้อยละความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 2 ทุกรูปทรง ในขณะที่ค่าความคลาดเคลื่อนของค่าโมเมนต์ความเฉื่อยที่วัดได้โดยอาศัยสมการที่ (4) มีค่าร้อยละ 20-30 ซึ่งสูงมากเกินไปและไม่เหมาะที่จะนำมาใช้ในการอธิบายการหมุนของวัตถุโดยใช้ตัวแปรห้สแบบหมุนเป็นอุปกรณ์ในการวัดอัตราเร็วเชิงมุม นั่นอาจเป็นเพราะว่าค่า a ในแบบจำลอง $\tau_f = a + b\omega$ มีความสำคัญและไม่อาจตัดทิ้งได้สำหรับอุปกรณ์นี้ จึงทำให้การละทิ้งค่า a ในการคำนวณสมการอธิบายการหมุน นำพามาซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนที่สูงมาก ซึ่งชุดอุปกรณ์นี้ยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้วัดค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงใดๆ ที่ต้องการตรวจวัด โดยอาศัยสมการที่ (7) เป็นสมการอธิบายการหมุน

สรุปผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาการหมุนของวัตถุโดยอาศัยตัวแปรห้สแบบหมุนเป็นอุปกรณ์หลักในการวัดอัตราเร็วเชิงมุม ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อสร้างชุดการทดลองทางฟิสิกส์ที่สามารถวัดโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปทรงใดๆ ที่ต้องการตรวจวัด เพียงวางวัตถุที่ต้องการวัดค่าโมเมนต์ความเฉื่อยบนฐานวางวัตถุแล้วบิดฐานวางวัตถุให้หมุนเท่านั้น ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบแบบจำลองที่อธิบายทอร์กเสียดทาน 2 แบบ ได้แก่ $\tau_f = b\omega$ และ $\tau_f = a + b\omega$ พร้อมทั้งออกแบบการทดลองเป็น 2 ตอน โดยตอนที่ 1 จะทำการทดลองเพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของฐานวางวัตถุ (I_0) และค่าคงที่ b ของระบบก่อน จากนั้นนำผลที่ได้จากตอนที่ 1 มาคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ (I_0) ในการทดลองตอนที่ 2 จากผลการทดลองสรุปได้ว่า เมื่อเปรียบเทียบค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ (I_0) ที่ได้จากการทดลองกับค่าที่คำนวณได้จากทฤษฎี แบบจำลอง $\tau_f = a + b\omega$ สามารถนำมาใช้อธิบายการหมุนของวัตถุได้ดีกว่า โดยมีค่าร้อยละความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 2 ดังนั้นชุดอุปกรณ์นี้จึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้วัดโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุที่มีรูปทรงใดๆ หรือวัตถุที่ไม่เป็นรูปทรงเรขาคณิตได้ และยังสามารถนำไปใช้เป็นชุดการทดลองหรือสื่อในการเรียนการสอนวิชาฟิสิกส์เรื่องการหมุนได้อีกด้วย

เอกสารอ้างอิง

Alam J., Hassan H., Shamim S, Mahmood W. and Anwar M.S. (2011). Precise measurement of velocity dependent friction in rotational motion. *European Journal of Physics*, 32, 1367–1375.

Amrani D.(2006). Computerized rotational system to study the moment of inertia of different objects. *European Journal of Physics*, 27, 1063–1069.



Dirks, K., Urone, P.P., & Hinrichs, R. (2013). *College Physics*. Texas: Rich University.

Eadkhong, T., Rajsadom, R., Jannual, P. & Danworaphong, S. (2012). Rotational dynamics with Tracker. *European Journal of Physics*, 33, 615-622.

Kladivová M., Kovalaková M., Gibová Z., Fricová O., Hutníková M. and Kecer J. (2016). Laboratory experiment for the study of friction forces using rotating apparatus. *European Journal of Physics*, 37, 065005.

Kovalaková M., Kladivová M., Fricová O., Gibová Z., Hutníková M. and Kecer J. (2020). Viscous friction in standard rotational motion experiments. *European Journal of Physics*, 41, 035003.

Mungan C.E. (2012). Frictional torque on a rotating disc. *European journal of physics*, 33, 1119–1123.

Oliveira V. (2020). Using a reed switch to measure the angular speed of a fidget spinner. *Physics Education*, 55, 023007.

Porn R. and Braskén M. (2016). Interactive modeling activities in the classroom-rotational motion and smartphone gyroscopes. *Physics Education*, 51, 065021.