



ความนำไฟฟ้าของแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติเนื่องจากเส้นลวดตัวนำ

Conductance of a Two-Dimensional Electron Gas Due to Current-Carrying Wires

วัชรกร ศรีคำ¹ และ อรรถพล อ้าทอง^{2*}

Watcharakorn Srikom¹ and Attapon Amthong^{2*}

¹ สาขาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี

² ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

¹ Department of Physics, Faculty of Science and Technology, Suratthani Rajabhat University

² Department of Physics, Faculty of Science, Naresuan University

Received : 2 July 2019

Revised : 18 December 2019

Accepted : 16 January 2020

บทคัดย่อ

ในการศึกษานี้ เราสำรวจแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวดสองเส้นและสนใจการกระจายตัวของพลังงานของอิเล็กตรอนในแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติและความนำไฟฟ้าของแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ เราพบว่าทิศทางของกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดนาโนมีผลต่อการกระจายตัวของพลังงานแบบสมมาตรและแบบไม่สมมาตร ทั้งนี้การแยกของพลังงานจะเกิดขึ้นเมื่อค่าเวกเตอร์คลื่นมีค่ามากพอในกรณีที่พลังงานกระจายตัวอย่างไม่สมมาตร ซึ่งพฤติกรรมของพลังงานนี้สามารถเข้าใจได้โดยการพิจารณาพลังงานศักย์ยังผล นอกจากนี้เรายังศึกษาค่าความนำไฟฟ้าเชิงควอนตัมของระบบโดยปรับขนาดและทิศทางของกระแสไฟฟ้า พบว่าเมื่อกระแสในเส้นลวดนาโนไหลในทิศทางเดียวกัน ความนำไฟฟ้าจะมีค่ามากกว่ากรณีที่กระแสในเส้นลวดไหลในทิศทางตรงข้ามกัน

คำสำคัญ : แก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ, เส้นลวดนาโน, ความนำไฟฟ้าเชิงควอนตัม

Abstract

In this study, we investigate the two-dimensional gas (2DEG) in a magnetic field due to two current-carrying wires and focus on energy dispersion of a single electron in the 2DEG and the conductance of 2DEG. We find that the directions of the currents in the nano wires result symmetric and asymmetric energy dispersion. The splitting of energies is only found for sufficiently large wave vector in the case of asymmetric energy dispersion. This behavior of energy dispersion can be understood by considering the effective potentials. The quantum conductance of the system is also investigated by varying the magnitude and direction of the currents. It is found that when the currents in the nano wires flow in the same direction, the quantum conductance is greater than that of the system where the currents flow in the opposite direction.

Keywords : two-dimensional electron gases, nano wire, quantum conductance

*Corresponding author. E-mail : attapona@nu.ac.th



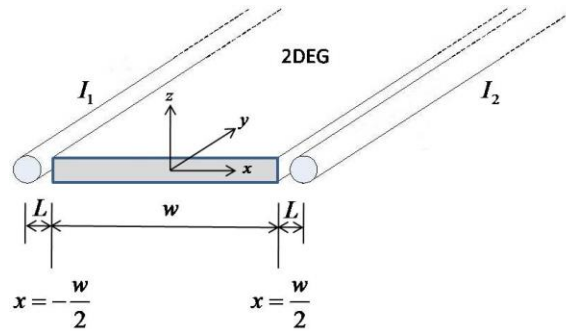
บทนำ

แก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ (Two-dimensional electron gases) คือ ระบบที่อิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่โดยอิสระได้เพียงสองมิติ โดยเกิดขึ้นที่บริเวณรอยต่อของสารกึ่งตัวนำสองชนิดที่ต่างกันและมีช่องว่างระหว่างแถบพลังงาน (Energy band gap) ที่ต่างกัน ในปัจจุบันแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ ได้นำมาประยุกต์ใช้กับอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ต่างๆ เช่น ทรานซิสเตอร์สนามไฟฟ้า (FET) และทรานซิสเตอร์สนามไฟฟ้าแบบสารกึ่งตัวนำโลหะออกไซด์ หรือ มอสเฟต (MOSFET) เป็นที่ทราบกันดีว่าระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอจะแสดงปรากฏการณ์ควอนตัมฮอลล์ออกมา แต่หากสนามแม่เหล็กที่เพิ่มเข้าไปในระบบไม่สม่ำเสมอ ระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติจะแสดงคุณสมบัติทางการนำไฟฟ้าที่ต่างออกไป Muller (Muller, 1992) ศึกษาพลังงานของอิเล็กตรอนในสนามแม่เหล็กที่มีการเปลี่ยนแปลงแบบเชิงเส้นและพบว่าสถานะทางควอนตัมของอิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่ตั้งฉากกับเกรเดียนท์ของสนามแม่เหล็กซึ่งคล้ายกับการคำนวณโดยกลศาสตร์แบบฉบับ (Seymour, 1959; Headland & Seymour, 1975) ต่อมา Reijniers (Reijniers & Peeters, 2000) ศึกษาสนามแม่เหล็กที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันคล้ายฟังก์ชันแบบขั้นบันได จุดเด่นของงานนี้คือผู้เขียนพยายามจะอธิบายความเร็วกลุ่มของสถานะทางควอนตัมของอิเล็กตรอน โดยพยายามเปรียบเทียบกับผลจากการคำนวณโดยกลศาสตร์แบบฉบับ และพบว่าสถานะของอิเล็กตรอนที่สอดคล้องกับวงโคจรแบบงู (snake orbit) จะให้ความเร็วกลุ่มที่สูงและส่งผลให้ความนำไฟฟ้าสูงไปด้วย ในการทดลองมีการยืนยันชัดเจนว่าสถานะของอิเล็กตรอนที่สอดคล้องกับวงโคจรแบบงูนำไปสู่ความนำไฟฟ้าที่สูงกว่าสถานะของอิเล็กตรอนที่สอดคล้องกับวงโคจรแบบไซคลอยด์ (cycloid orbit) (Nogaret, Bending & Henini, 2000) นอกจากนี้เร็วๆนี้ Sultanov (Sultanov *et al.*, 2019) ศึกษาสนามแม่เหล็กที่มีทิศทางสลับกันซึ่งเกิดจากการโค้งเป็นรูปทรงกระบอกของระนาบดังกล่าว พบว่าแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติในสนามแม่เหล็กที่มีทิศทางสลับกันมีการตอบสนองต่อคลื่นไมโครเวฟที่น่าสนใจ โดยคลื่นไมโครเวฟจะทำให้แอมพลิจูดของการสั่นของความต้านทานตามยาวสูงขึ้น ในขณะที่ในงานวิจัยก่อนหน้า (Dorozhkin, Smet, Umansky & Klitzing, 2005) ซึ่งศึกษาแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ คลื่นไมโครเวฟจะทำให้แอมพลิจูดของการสั่นของความต้านทานตามยาวต่ำลง จากงานวิจัยที่กล่าวมาทั้งหมดนี้ จึงอาจกล่าวได้ว่านักวิจัยพยายามใช้สนามแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอมาเพิ่มหรือควบคุมคุณสมบัติการนำไฟฟ้าหรือคุณสมบัติอื่นๆของแก๊สอิเล็กตรอนสองมิตินั่นเอง

ในการศึกษานี้เราจะสำรวจระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติในสนามแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอด้วยเช่นกัน โดยระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติที่สนใจนั้นขนานข้างด้วยเส้นลวดนาโนสองเส้นซึ่งมีกระแสไฟฟ้าไหลอยู่ เพื่อทำหน้าที่ผลิตสนามแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอออกมา ในงานวิจัยนี้ขนาดและทิศทางของกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดนาโนจะถูกปรับค่าเพื่อศึกษาระดับพลังงานและฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนที่เปลี่ยนไป ตลอดจนศึกษาค่าความนำไฟฟ้าของระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติว่าสามารถควบคุมโดยกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดนาโนได้อย่างไร เพื่อการประยุกต์ใช้ในอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ต่อไป

วิธีดำเนินการวิจัย

ในงานวิจัยนี้เราได้ศึกษาแบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติกว้าง w ขนานข้างด้วยเส้นลวดนาโนสองเส้นซึ่งมีกระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 ไหลผ่าน และกำหนดให้ L คือ ระยะจากขอบของแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติถึงเส้นลวดที่ตั้งแสดงในภาพที่ 1 กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดดังกล่าวสามารถผลิตสนามแม่เหล็กรอบเส้นลวดทั้งสอง และมีผลต่ออิเล็กตรอนในระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ



ภาพที่ 1 แก๊สอิเล็กตรอนสองมิติขนาดข้างด้วยเส้นลวดนาโน

เนื่องจากอิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่ได้ในระนาบ $x - y$ ของระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติเท่านั้น เส้นลวดนาโนไม่ได้สัมผัสโดยตรงกับแผ่นแก๊สอิเล็กตรอนแต่มีการเคลือบฉนวนคั่นกลางเพื่อให้เส้นลวดผลิตสนามแม่เหล็กเพียงอย่างเดียว โดยเราสามารถสมมุติให้อิเล็กตรอนรู้สึกถึงสนามแม่เหล็กในทิศแกน z เท่านั้น จากกฎของแอมแปร์สนามแม่เหล็กในระนาบดังกล่าวจะเป็นไปตามสมการ

$$B_z(x) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \left(-\frac{w}{2} - L - x\right)} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \left(\frac{w}{2} + L - x\right)} \quad (1)$$

เมื่อ x คือระยะจากจุดกึ่งกลางของแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ และ $x = \pm \frac{w}{2}$ แสดงตำแหน่งขอบของแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติตามภาพที่ 1 ในสมการข้างบนเทอมแรกแสดงสนามแม่เหล็กจากกระแส I_1 และเทอมที่สองแสดงสนามแม่เหล็กจากกระแส I_2 ตามลำดับ โดยทิศของสนามแม่เหล็กในแนวแกน z (B_z) จะขึ้นอยู่กับเครื่องหมายของ I_1 และ I_2 ซึ่งเครื่องหมายบวกแสดงถึงกระแสที่มีทิศ $+y$ และเครื่องหมายลบแสดงถึงกระแสที่มีทิศ $-y$ ตามลำดับ ดังนั้น ถ้ากระแส I_1 และ I_2 มีทิศเดียวกัน เครื่องหมายแสดงของทิศแต่ละกระแสจะเหมือนกัน และถ้ากระแส I_1 และ I_2 มีทิศแตกต่างกัน เครื่องหมายแสดงของทิศแต่ละกระแสจะแตกต่างกัน จากสมการที่ (1) เราสามารถลดรูปสมการข้างต้นได้เป็น

$$B_z(x) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\frac{I_2}{(\eta - x)} - \frac{I_1}{(\eta + x)} \right] \quad (2)$$

เมื่อ $\eta = \frac{w}{2} + L$ พิจารณาสมการที่ (2) เราสามารถวัดความยาวของตัวแปรต่างๆในหน่วยของ w และวัดกระแสในหน่วยของ I_1 จะได้



$$B_z(x) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi w} \left[\frac{\tilde{I}_2}{(\tilde{\eta} - \tilde{x})} - \frac{1}{(\tilde{\eta} + \tilde{x})} \right] = B_0 \tilde{B}_z(\tilde{x}) \quad (3)$$

เมื่อ $B_0 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi w}$, $I_2 = \tilde{I}_2 I_1$, $x = \tilde{x} w$, $\eta = \tilde{\eta} w$ เมื่อ $\tilde{\eta} = \frac{1}{2} + \tilde{L}$ และ $\tilde{L} = \frac{L}{w}$ สัญลักษณ์ \tilde{x} ที่อยู่บนตัวแปร x ใดๆ หมายถึงตัวแปร x นั้นไม่มีหน่วย จากความสัมพันธ์ $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ เราสามารถคำนวณศักย์เวกเตอร์แม่เหล็ก (\vec{A}) โดยที่ $\vec{A} = (0, A_y(x), 0) = A_y(x) \hat{j}$ ซึ่งจะเขียนศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กที่สอดคล้องกับ B_z ได้ว่า

$$A_y(x) / A_0 = \tilde{A}_y(\tilde{x}) = -\ln(\tilde{\eta} + \tilde{x}) - \tilde{I}_2 \ln(\tilde{\eta} - \tilde{x}) \quad (4)$$

เมื่อ $A_0 = B_0 w$ โดยสมการที่ (4) แสดงศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กที่ตำแหน่งต่างๆบนระนาบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิตินี้ จะนำไปใช้ในการคำนวณแอมพลิจูดของโรดิงเจอร์ต่อไป

การคำนวณหาแถบพลังงานของอิเล็กตรอนในแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ สามารถทำได้โดยการแก้สมการโรดิงเจอร์ที่มีแฮมิลโทเนียนเป็น

$$\hat{H} = \frac{(\hat{p} - q\vec{A})^2}{2m^*} + V(x) \quad (5)$$

เนื่องจากอิเล็กตรอนเคลื่อนที่เฉพาะในระนาบ $x-y$ และ $\vec{A} = A_y(x) \hat{j}$ ดังนั้น สมการที่ (5) สามารถเขียนได้ในรูป

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \left(\hat{p}_x^2 + (\hat{p}_y - qA_y)^2 \right) + V(x) \quad (6)$$

เมื่อ m^* คือมวลยังผล, $\hat{p}_x = -i\hbar \partial/\partial x$, $\hat{p}_y = -i\hbar \partial/\partial y$ และ $V(x)$ เป็นพลังงานศักย์ที่ใช้ขังอิเล็กตรอนให้อยู่ในระนาบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ โดยที่ $V(x) = 0$ ถ้า $|x| < w/2$ และ $V(x) = \infty$ ถ้า $|x| \geq w/2$ เนื่องจากระบบมีการอนุรักษ์โมเมนตัมในองศาประกอบตามแนวแกน y ดังนั้นเราสามารถสร้างฟังก์ชันคลื่นที่สอดคล้องกับ \hat{H} ได้ว่า $\Psi(x, y) = e^{ik_y y} \psi(x)$ เมื่อ k_y คือ wave vector ในแนวแกน y ทำให้ได้สมการโรดิงเจอร์ $\hat{H} \Psi = E \Psi$ ว่า

$$\frac{1}{2m^*} \left\{ -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2qA_y \frac{\partial}{\partial y} + (qA_y)^2 \right\} e^{ik_y y} \psi(x) + V(x) e^{ik_y y} \psi(x) = E e^{ik_y y} \psi(x) \quad (7)$$

กำหนดให้ $x = \tilde{x} w$, $y = \tilde{y} w$, $k_y = \frac{\tilde{k}_y}{w}$, $A_y = (B_0 w) \tilde{A}_y$ และ $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^* w^2}$ จะเขียนสมการที่ (7) ได้ว่า



$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \tilde{k}_y^2 - \frac{qB_0 \tilde{A}_y \hbar \tilde{k}_y}{m^* E_0} + \frac{(qB_0 w \tilde{A}_y)^2}{2m^* E_0} \right\} \psi(\tilde{x}) + \frac{V(\tilde{x})}{E_0} \psi(\tilde{x}) = \frac{E}{E_0} \psi(\tilde{x}) \quad (8)$$

สำหรับอิเล็กตรอน $q = -|e|$ และ กำหนดให้ $l_B^2 = \frac{\hbar}{|e|B_0}$ เมื่อ l_B คือ magnetic length ดังนั้นเราจะสามารถเขียนสมการชโรดิงเจอร์ให้อยู่ในรูปแบบไร้หน่วยได้ดังสมการที่ (9)

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \tilde{V}_{eff}(\tilde{x}) \right\} \psi(\tilde{x}) = \tilde{E} \psi(\tilde{x}) \quad (9)$$

เมื่อ $\tilde{V}(\tilde{x}) = V(\tilde{x})/E_0$, $\tilde{E} = E/E_0$, $R = w/l_B$ และ $\tilde{V}_{eff}(\tilde{x}) = [k_y + R^2 \tilde{A}_y]^2 + \tilde{V}(\tilde{x})$ สังเกตว่า R คือ สัดส่วนของความกว้างของแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติและความยาว l_B ซึ่งเป็นปริมาณที่เราใช้กำหนดระบบที่เราทำการศึกษาสมการชโรดิงเจอร์นี้มีความซับซ้อนมากจนเราไม่สามารถแก้สมการได้โดยตรง จึงต้องใช้วิธีการเชิงตัวเลขมาช่วยในการแก้ปัญหา วิธีเบซิสเซตเป็นวิธีการเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่สามารถแก้ปัญหานี้ได้ซึ่งเป็นวิธีที่เราเลือกใช้

ในการแก้สมการชโรดิงเจอร์ที่ (9) ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง เราสามารถแก้หาผลเฉลยได้โดยวิธีเบซิสเซต (Pramjorn, Srikom, & Amthong, 2017) โดยเริ่มจากสมการชโรดิงเจอร์

$$H \Psi = E \Psi \quad (10)$$

ฟังก์ชันคลื่นใด ๆ สามารถเขียนในรูปอนุกรมได้ดังสมการที่ (11)

$$\Psi = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n \quad (11)$$

เมื่อ c_n คือสัมประสิทธิ์ของเบซิสฟังก์ชันและ ϕ_n คือเบซิสฟังก์ชันและ n เป็นจำนวนเต็มบวก จากนั้นแทนค่าฟังก์ชันคลื่นดังสมการที่ (11) ลงในสมการที่ (10) จะได้

$$H \sum_{n=1}^N c_n \phi_n = E \sum_{n=1}^N c_n \phi_n \quad (12)$$



แล้วคูณ ϕ_m^* ทั้งสองข้างของสมการที่ (12) จะได้

$$\phi_m^* H \sum_{n=1}^N c_n \phi_n = \phi_m^* E \sum_{n=1}^N c_n \phi_n \quad (13)$$

จากนั้นอินทิเกรตทั้งปริภูมิ สมการที่ (13) กลายเป็น

$$\sum_{n=1}^N \left(\int_{-\infty}^{\infty} \phi_m^* H \phi_n dx \right) c_n = E \sum_{n=1}^N \left(\int_{-\infty}^{\infty} \phi_m^* \phi_n dx \right) c_n \quad (14)$$

กำหนดให้ $H_{mn} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m^* H \phi_n dx$ และ $O_{mn} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m^* \phi_n dx$ ดังนั้น สมการที่ (14) จะเขียนใหม่ได้ว่า

$$\sum_{n=1}^N H_{mn} c_n = E \sum_{n=1}^N O_{mn} c_n \quad (15)$$

เมื่อ $m = 1, 2, 3, \dots, N$ ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการข้างต้นให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & \dots & H_{1N} \\ H_{21} & \ddots & & & \\ H_{31} & & \ddots & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ H_{N1} & & & & H_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} & O_{13} & \dots & O_{1N} \\ O_{21} & \ddots & & & \\ O_{31} & & \ddots & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ O_{N1} & & & & O_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} \quad (16)$$

หรือเขียนในรูปแบบสมการคือ

$$\overline{HC} = \overline{EOC} \quad (17)$$

โดยสมการที่ (17) เรียกว่า Generalized eigenvalue problem ซึ่งสามารถแก้ได้โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ในที่นี้เบซิสฟังก์ชันที่ใช้คือ

$$\phi = \sin \left(\frac{n\pi(\tilde{x} - s_1)}{s_2 - s_1} \right) \quad (18)$$

เมื่อ s_1 และ s_2 คือตำแหน่งที่ฟังก์ชันคลื่นมีค่าเป็นศูนย์ซึ่งก็คือที่ขอบของแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ สมการที่ (18) นี้เป็นฟังก์ชันผลเฉลยของปัญหาบอดัก่อนั้นต้นนั่นเอง หลังจากทีโปรแกรมแก๊สมการ Generalized eigenvalue problem จะได้สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันคลื่น และระดับพลังงานเพื่อนำไปศึกษาต่อไป

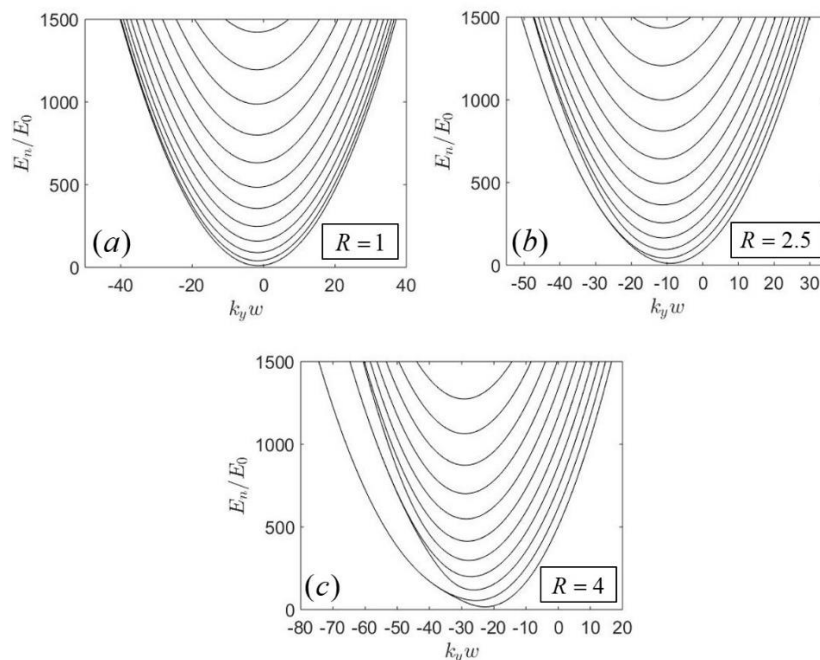
นอกจากนี้ในการศึกษานี้ เรายังสามารถนำค่าพลังงานของอิเล็กตรอนที่ได้ มาคำนวณหาค่าความนำไฟฟ้าโดยใช้ Buttiker formula (Buttiker, 1988) ดังแสดงในสมการที่ (19)

$$G = \frac{2e^2}{h} N(E_F) \quad (19)$$

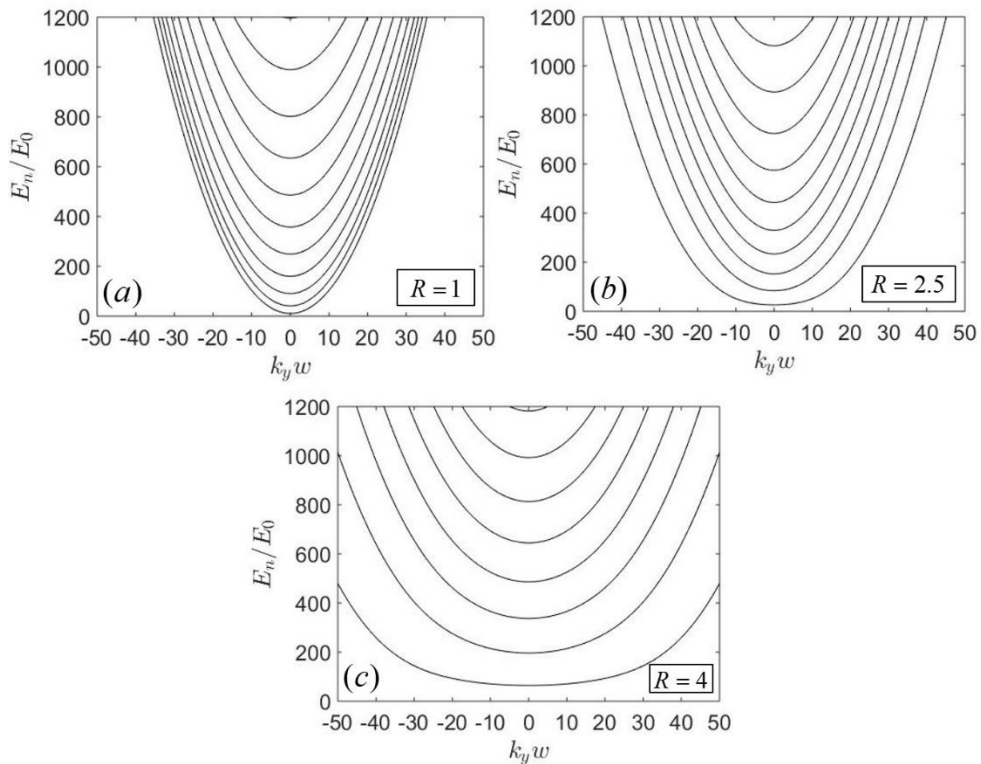
เมื่อ G คือค่าความนำไฟฟ้า e คือประจุของอิเล็กตรอน h คือค่าคงที่ของพลังค์และ $N(E_F)$ คือจำนวนแถบพลังงานที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ E_F นั่นคือค่าความนำไฟฟ้าจะมีค่าไม่ต่อเนื่องโดยจะมีค่าเป็นจำนวนเท่าของ $\frac{2e^2}{h}$ และเราสามารถหาได้โดยการนับจำนวนแถบพลังงานที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ E_F นั้นเอง

ผลการวิจัย

หลังจากใช้วิธีเบซิสเซตเราได้แถบพลังงานที่ระดับพลังงาน n ต่างๆ (E_n) โดยจะแบ่งการศึกษาเป็นสองกรณีด้วยกัน คือกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดนาโนมีทิศทางเดียวกันและกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดนาโนมีทิศทางตรงข้ามกัน โดยในการศึกษานี้เรากำหนดให้ ขนาดของ I_1 เท่ากับ I_2 $w = 2000$ nm และ $L = 15$ nm ดังแสดงในภาพที่ 2 และภาพที่ 3

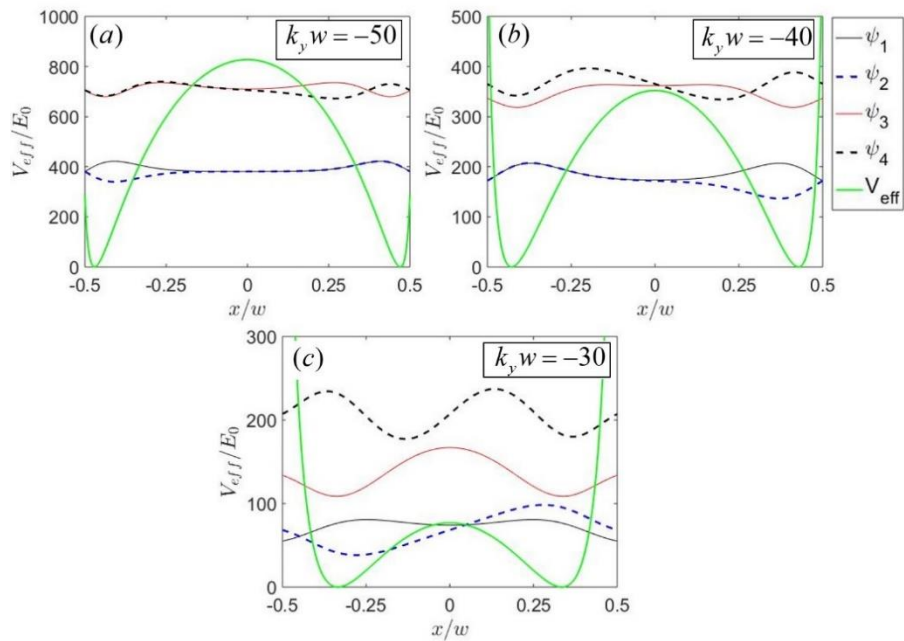


ภาพที่ 2 แถบพลังงานที่ระดับ n (E_n) สำหรับค่า $k_y w$ ต่างๆ ในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามี่ทิศเดียวกัน ภาพ (a) (b) และ (c) สอดคล้องกับ $R = 1.0, 2.5$ และ 4.0 ตามลำดับ

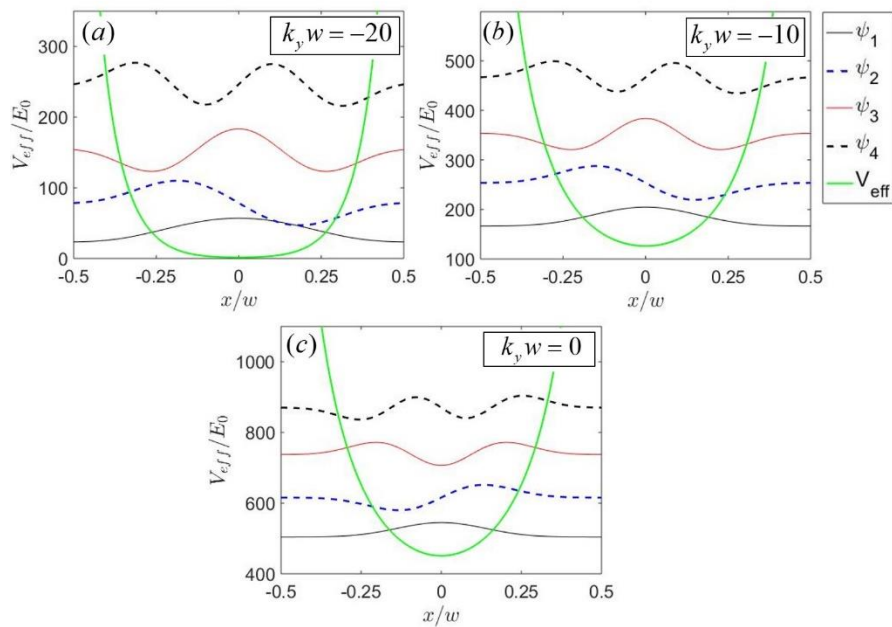


ภาพที่ 3 แถบพลังงานที่ระดับ n (E_n) สำหรับค่า $k_y w$ ต่างๆ ในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามีทิศสวนทางกัน ภาพ (a) (b) และ (c) สอดคล้องกับ $R = 1.0, 2.5$ และ 4.0 ตามลำดับ

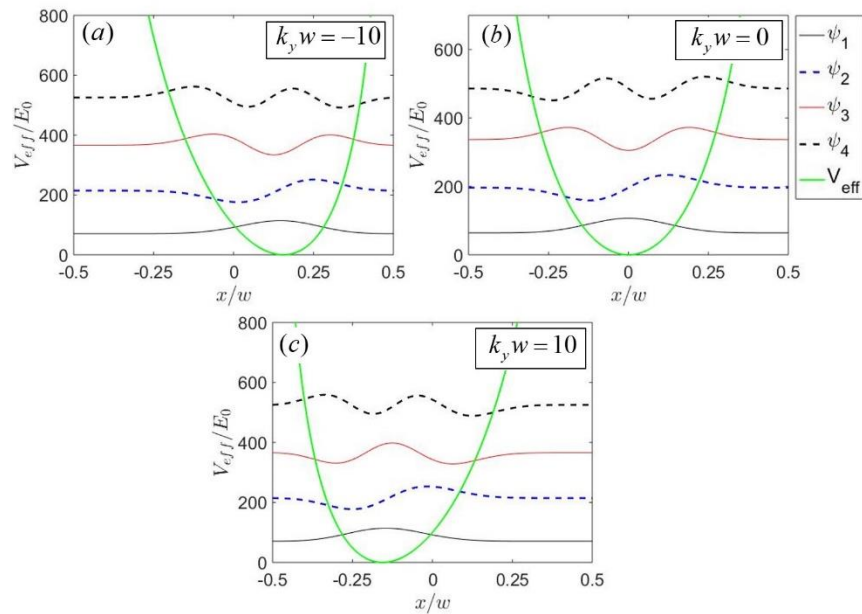
เพื่อให้เกิดความเข้าใจในลักษณะของแถบพลังงานในภาพที่ 2 และ 3 เราได้ทำการศึกษาพลังงานศักย์ยังผล ($\tilde{V}_{eff} = V_{eff} / E_0$) และพฤติกรรมของฟังก์ชันคลื่น ในภาพที่ 4 กรณีกระแสไฟฟ้ามีทิศเดียวกัน สำหรับ $R = 4$ และ กรณีกระแสไฟฟ้าที่ทิศสวนกัน สำหรับ $R = 4$ แสดงดังภาพที่ 5 และภาพที่ 6



ภาพที่ 4 (a-c) พลังงานศักย์ยังผลกับฟังก์ชันคลื่นสี่สถานะแรก ในกรณีที่ว่า $k_y w = -50, -40, -30$ และกระแสไฟฟ้ามีทิศเดียวกัน สำหรับ $R = 4$

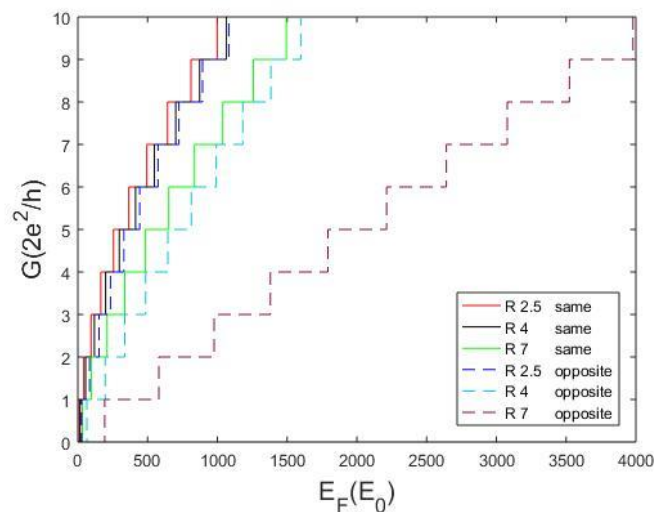


ภาพที่ 5 (a-c) พลังงานศักย์ยังผลกับฟังก์ชันคลื่นสี่สถานะแรก ในกรณีที่ว่า $k_y w = -20, -10, 0$ และกระแสไฟฟ้ามีทิศเดียวกัน สำหรับ $R = 4$



ภาพที่ 6 (a-c) พลังงานศักย์ยังผลกับฟังก์ชันคลื่นสี่สถานะแรก ในกรณีที่มีค่า $k_y w = -10, 0, 10$ และกระแสไฟฟ้ามีทิศตรงข้ามกัน สำหรับ $R = 4$

ในการศึกษานี้เรายังนำแถบพลังงานซึ่งขึ้นกับทิศทางและขนาดของสนามแม่เหล็กเพื่อมาศึกษาความนำไฟฟ้าของระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด ของแต่ละค่า R ทั้งในกรณีกระแสทิศเดียวกัน และกระแสทิศตรงข้ามกัน ดังแสดงในภาพที่ 7



ภาพที่ 7 ความนำไฟฟ้าที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ (E_F) ต่างๆ ของระบบที่ R มีค่าเป็น 2.5, 4, และ 7 ในกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศตามกัน (เส้นทึบ) และกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศสวนทางกัน (เส้นประ)

วิจารณ์ผลการวิจัย

ในภาพที่ 2 (a-c) แสดงแถบพลังงานของระบบกรณีที่มีกระแสไฟฟ้ามีทิศเดียวกัน เมื่อ $R = 1.0, 2.5$ และ 4.0 ตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับขนาดของกระแสไฟฟ้า $I_1 = 0.0016 - 0.0026$ A ซึ่งกระแสไฟฟ้าปริมาณนี้สามารถไหลในเส้นขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 nm ได้โดยไม่ทำให้เส้นลวดนาโนเกิดความเสียหาย (Peng, Cullis, & Lnkson, 2008) เราพบว่าแถบพลังงานมีลักษณะไม่สมมาตรกัน นั่นคือ $E(k_y, w) \neq E(-k_y, w)$ และลักษณะเช่นนี้จะเห็นได้อย่างชัดเจนเมื่อ R มีค่ามากหรือ I_1 มีค่ามาก โดยที่แถบพลังงานที่ค่า k_y, w มีค่าติดลบจะแยกเป็นสองเส้นเมื่อ k_y, w มีค่ามากพอ นั่นแสดงว่าสถานะทางควอนตัมที่พลังงานมีค่า k_y, w ติดลบเป็น double degenerate states เรายังพบว่าความแตกต่างของชั้นระดับพลังงาน (ΔE_n) มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อชั้นระดับพลังงาน n และค่า R สูงขึ้น

ในภาพที่ 3 (a-c) แสดงแถบพลังงานของระบบกรณีที่มีกระแสไฟฟ้ามีทิศตรงข้ามกัน เมื่อ $R = 1.0, 2.5$ และ 4.0 ตามลำดับ เราพบว่าแถบพลังงานมีลักษณะสมมาตรกัน นั่นคือ $E(k_y, w) = E(-k_y, w)$ โดยลักษณะของแถบพลังงานคล้ายคลึงกับกรณีที่มีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ แต่จะต่างกันที่ตรงบริเวณก้นของแถบพลังงานที่ไม่ได้มีลักษณะเป็นเส้นตรงแต่มีความโค้งของแถบพลังงานอยู่บ้าง ลักษณะเช่นนี้ทำให้เราทราบว่าความเร็วกลุ่มของสถานะทางควอนตัมในบริเวณนี้มีค่าไม่เป็นศูนย์ ซึ่งพบได้ในกรณีที่มีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ เรายังพบว่าความแตกต่างของชั้นระดับพลังงาน (ΔE) มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อชั้นระดับพลังงาน n และค่า R สูงขึ้น

ภาพที่ 4 ซึ่งแสดงพลังงานศักย์ยังผลกับฟังก์ชันคลื่นสี่สถานะแรก ในกรณีที่มีค่า $k_y, w = -50, -40, -30$ และกระแสไฟฟ้ามีทิศเดียวกัน สำหรับ $R = 4$ พบว่าเมื่อ k_y, w ค่าติดลบมากๆ พลังงานศักย์ยังผลจะมีลักษณะเป็นบ่อขังอนุภาคสองบ่อที่สมมาตรกัน โดยที่เมื่อ k_y, w เพิ่มขึ้นกำแพงศักย์ระหว่างทั้งสองบ่อก็จะลดลงไปด้วย ภาพที่ 4 (a) แสดงถึง ขณะที่ $k_y, w = -50$ กำแพงศักย์ที่คั่นระหว่างทั้งสองบ่อมีค่าสูงกว่าระดับพลังงานของทั้งสี่สถานะ ทำให้เกิด double degenerate states ดังที่แสดงในภาพที่ 2 (c) เมื่อพิจารณาภาพที่ 4 (b) ซึ่งแสดงถึงขณะที่ $k_y, w = -40$ กำแพงศักย์ที่คั่นระหว่างสองบ่อมีค่าสูงกว่าระดับพลังงานของสองสถานะแรก จึงเกิด degenerate states กับสองสถานะแรกเท่านั้น ส่วนพลังงานของสถานะที่สามและสี่เริ่มแตกต่างกันดังจะเห็นได้ชัดเจนในภาพที่ 2 (c) สรุปได้ว่าการเพิ่มขึ้นของค่า k_y, w ทำให้กำแพงศักย์ที่คั่นระหว่างทั้งสองบ่อลดลงจนเกิดการแยกตัวกันของชั้นพลังงานตามภาพที่ 2 โดยจะเกิดกับชั้นพลังงานที่ n สูงๆ ก่อน เมื่อ k_y, w มีค่ามากพอจะทำให้กำแพงศักย์ที่คั่นระหว่างสองบ่อหายไปดังแสดงในภาพที่ 5 โดย k_y, w ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้ก้นบ่อยกตัวสูงขึ้นและเป็นเหตุให้ระดับพลังงานของแต่ละสถานะสูงขึ้นไปด้วยดังแสดงในภาพที่ 2 และ 5

ในภาพที่ 6 ซึ่งแสดงพลังงานศักย์ยังผลกับฟังก์ชันคลื่นสี่สถานะแรก ในกรณีที่มีค่า $k_y, w = -10, 0, 10$ และกระแสไฟฟ้ามีทิศตรงข้ามกัน สำหรับ $R = 4$ พบว่าพลังงานศักย์ยังผลไม่ได้มีลักษณะสมมาตรเหมือนกรณีกระแสไฟฟ้ามีทิศเดียวกัน แต่พลังงานศักย์ยังผล ณ $k_y, w = -10$ มีลักษณะเป็นฟังก์ชันคู่ของพลังงานศักย์ยังผล ณ $k_y, w = 10$ กล่าวคือ $\tilde{V}_{eff}(k_y, w = -10, x) = \tilde{V}_{eff}(k_y, w = 10, -x)$ ทำให้เราคาดได้ว่า $E(k_y, w) = E(-k_y, w)$ ด้วยเหตุนี้จึงทำให้แถบพลังงานมีลักษณะสมมาตรดังจะเห็นได้ในภาพที่ 3 ทั้งนี้มีเพียงพลังงานศักย์ยังผล ณ $k_y, w = 0$ ค่าเดียวที่ทำให้ได้พลังงานศักย์ยังผลที่มีลักษณะสมมาตร การพิจารณาพลังงานศักย์ยังผลกับฟังก์ชันคลื่นในภาพที่ 6 นี้ยังทำให้ทราบอีกว่าทำไมไม่เกิด degenerate states ในกรณีกระแสไฟฟ้ามีทิศตรงข้ามกัน ซึ่งเป็นเพราะพลังงานศักย์ยังผลมีลักษณะเป็นบ่อเดี่ยวและมีฟังก์ชันคลื่นเพียงสถานะเดียวในแต่ละระดับพลังงาน



ในภาพที่ 7 แสดงแถบพลังงานซึ่งขึ้นกับทิศทางและขนาดของสนามแม่เหล็กเพื่อมาศึกษาความนำไฟฟ้าของระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติในสนามแม่เหล็กจากเส้นลวด โดยคำนวณจาก Buttiker formula ดังสมการที่ (18) โดยจะทำการคำนวณค่าความนำไฟฟ้าในแต่ละค่า R ทั้งในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามีทิศเดียวกัน และกรณีที่กระแสไฟฟ้ามีทิศสวนกัน พบว่าค่าความนำไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นคล้ายขั้นบันไดเมื่อพลังงานเฟอร์มิ E_F เพิ่มขึ้น นั่นเป็นเพราะระดับพลังงานเฟอร์มิ E_F ที่สูงขึ้นทำให้จำนวนแถบพลังงานที่อิเล็กตรอนสามารถขนส่งไปมีเพิ่มขึ้น ในระบบที่ R มีค่าเท่ากัน กรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศตามกันจะมีค่าความนำไฟฟ้ามากกว่า ซึ่งเราคาดว่าเป็นผลจากการมีอยู่ของ double degenerate states ซึ่งพบเฉพาะในกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศเดียวกันเท่านั้น จึงทำให้จำนวนแถบพลังงานที่สามารถขนส่งอิเล็กตรอนมีจำนวนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วกว่ากรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศตรงข้ามกัน สิ่งเหมือนกันของกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศเดียวกันและสวนทางกันคือ การเพิ่มค่า R จะทำให้ระบบมีความนำไฟฟ้าลดลง

สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้เราศึกษาระบบที่ประกอบด้วยระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ ขนาบข้างด้วยเส้นลวดนาโนสองเส้นซึ่งมีกระแสไฟฟ้าไหลอยู่ ทำหน้าที่สร้างสนามแม่เหล็กไม่สม่ำเสมอให้กับระบบดังกล่าว ในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามีทิศเดียวกันพบว่าแถบพลังงานมีลักษณะไม่สมมาตรกัน นั่นคือ $E(k_y, w) \neq E(-k_y, w)$ โดยที่แถบพลังงานที่ค่า k_y, w มีค่าติดลบ จะแยกเป็นสองเส้นเมื่อ k_y, w มีค่ามากพอ แสดงว่าสถานะทางควอนตัมที่พลังงานมีค่า k_y, w ติดลบเป็น double degenerate states ในกรณีที่กระแสไฟฟ้ามีทิศสวนทางกัน พบว่าแถบพลังงานมีลักษณะสมมาตรกัน นั่นคือ $E(k_y, w) = E(-k_y, w)$ โดยลักษณะของแถบพลังงานคล้ายคลึงกับกรณีที่สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ แต่จะต่างกันก็ตรงบริเวณกันของแถบพลังงานที่ไม่ได้มีลักษณะเป็นเส้นตรงแต่มีความโค้งของแถบพลังงานอยู่บ้าง ลักษณะของแถบพลังงานที่กล่าวมานี้สามารถอธิบายได้โดยการพิจารณาพลังงานศักย์ยังผล ซึ่งพบว่า double degenerate states ในกรณีกระแสไฟฟ้ามีทิศเดียวกันเกิดจากป้อพลังงานศักย์ยังผลที่มีลักษณะเป็นป้อคู่ที่สมมาตรกัน

ในการศึกษาความนำไฟฟ้าของระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติ พบว่าค่าความนำไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นคล้ายขั้นบันไดเมื่อพลังงานเฟอร์มิ E_F เพิ่มขึ้น โดยกรณีที่กระแสไฟฟ้าในเส้นลวดมีทิศตามกันจะมีค่าความนำไฟฟ้ามากกว่าอีกกรณี จึงอาจนำผลการทดลองที่ได้นี้ไปควบคุมความนำไฟฟ้าของระบบแก๊สอิเล็กตรอนสองมิติโดยการปรับขนาดและทิศทางของกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดนาโน นอกจากนี้ความรู้ที่ได้ยังอาจนำไปประยุกต์กับอุปกรณ์นาโนอิเล็กทรอนิกส์เพื่อการตรวจวัดความเข้มของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากเส้นลวดนาโนหรือเพื่อการตรวจวัดรูปแบบความไม่สม่ำเสมอของสนามแม่เหล็กได้ในอนาคต

เอกสารอ้างอิง

- Buttiker, M. (1988). Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors. *Phys. Rev. B*, 38, 9375.
- Dorozhkin, S. I., Smet, J. H., Umansky, V., & Klitzing, K. von. (2005). Microwave photoresponse in the two-dimensional electron system caused by intra-Landau-level transitions. *PhysRevB*, 71, 201306.
- Headland, M., & Seymour, P. W. (1975). Drift of a charged particle in a static magnetic field having a power law dependence. *Aust. J. Phys*, 28, 289.



- Muller, J. E. (1992). Effect of a nonuniform magnetic field on a two-dimensional electron gas in the ballistic regime. *Phys. Rev. Lett*, 68, 385.
- Nogaret, A, Bending, S J, & Henini, M. (2000). Resistance Resonance Effects through Magnetic Edge States. *Phys. Rev. Lett*, 84, 2231.
- Peng, Y., Cullis, T., & Lnkson, B. (2008). Accurate electrical testing of individual gold nanowires by in situ scanning electron microscope nanomanipulators. *Appl. Phys. Lett*, 93, 183112.
- Pramjorn, N., Srikom, W., & Amthong, A. (2017). Current-carrying states in the presence of electric and step-like magnetic fields. *Superlattices and Microstructures*, 111, 241-247.
- Reijniers, J, & Peeters, F M. (2000). Snake orbits and related magnetic edge states. *J. Phys.: Condens. Matter*, 12, 9771.
- Seymour, P. W. (1959). Drift of a Charged Particle in a Magnetic Field of Constant Gradient. *Aust. J. Phys*, 12, 309S.
- Sultanov, Denis B., Vorob'ev, Alexander B., Buldygin, Anatoly F., & Toropov, Alexander I. (2019). Features of Magnetotransport and Microwave Response of Two Dimensional Electron Gas in Sign-Alternating Magnetic Field. In *2019 20th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM)*. (pp. 11-14). Russia: Erlagol (Altai Republic).