การศึกษาประสิทธิภาพของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ

A Study of the Effectiveness of Model Selection Criteria for Multilevel Analysis

มนตรี สังข์ทอง*

Montri Sangthong*

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ

Division of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Rajamangala University of Technology Suvarnabhumi

Received : 4 October 2018

Revised : 24 November 2018

Accepted : 10 January 2019

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ศึกษาประสิทธิภาพของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ ทั้ง 2 วิธี คือ เกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (Akaike's Information Criteria: AIC) และเกณฑ์สารสนเทศของเบส์ (Bayesian Information Criteria: BIC) งานวิจัยนี้จำลองแบบปัญหาด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ซึ่งมีเงื่อนไขการจำลองแบบปัญหา คือ 1) ประชากรมีการแจกแจงปรกติ 2) ประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปรกติ 3) ประชากรมีการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปรกติ 4) ตัวแปรอิสระระดับละ 2 ตัวแปร 5) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้น เท่ากับ 0.10 และ 0.20 6) ขนาดตัวอย่าง ระดับละ 4 ขนาด (ระดับที่ 1 ขนาดกลุ่ม คือ 5, 15, 30 และ 50; ระดับที่ 2 จำนวนกลุ่ม คือ 15, 30, 50 และ 100) โดยในแต่ละสถานการณ์จำลองชุดข้อมูลจำนวน 1,000 ชุด ผลการวิจัยพบว่า เมื่อจำนวนกลุ่มมีขนาดเล็กประสิทธิภาพของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบค่อนข้างต่ำ และเมื่อจำนวนกลุ่มมากขึ้นพบว่าประสิทธิภาพการคัดเลือกตัวแบบจะสูงขึ้น ในกรณีจำนวนกลุ่ม เท่ากับ 100 พบว่า โดยส่วนใหญ่ประสิทธิภาพการคัดเลือกตัวแบบด้วยเกณฑ์ BIC ดีกว่าเกณฑ์ AIC เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด (Restricted Maximum Likelihood: RML)

คำสำคัญ : การวิเคราะห์พหุระดับ, ตัวแบบเชิงเส้นลำดับชั้น, เกณฑ์เอไอซี, เกณฑ์บีไอซี

***Corresponding author. E-mail** : montri.so@rmutsb.ac.th

Abstract

This research aimed to study the effectiveness of model selection criteria for multilevel analysis. Both criteria were Akaike's Information Criteria (AIC) and Bayesian Information Criteria (BIC). The simulation was applied by Monte Carlo technique. The conditions for simulation were 1) populations were having normal distribution; 2) populations were having negative skewness and platykurtic distributions; 3) populations were having positive skewness and leptokurtic distributions; 4) independent variables were divided into two variables for each level; 5) intraclass correlation coefficient were 0.10 and 0.20; and 6) the sample size was divided into four sizes for each level (level 1, the group sizes were 5, 15, 30 and 50; level 2 , the number of groups were 15, 30, 50 and 100.). Each condition was simulated with 1,000 data set. The results revealed that when the number of groups was small, the effectiveness of model selection criteria was considerable low. Whereas the higher the number of groups, the better effectiveness of criteria. Furthermore, when the number of groups was 100, it was found in most cases that the model selection of BIC yielded better effective than AIC when estimating parameter with Restricted Maximum Likelihood (RML).

Keywords : Multilevel analysis, Hierarchical Linear Models, AIC, BIC

บทนำ

การวิจัยทางสังคมศาสตร์ค่อนข้างมีความซับซ้อนเป็นพลวัตร และมีความเกี่ยวเนื่องหรือสัมพันธ์กันของตัวแปรหลายระดับ ดังนั้น โครงสร้างของข้อมูลจึงมีระดับลดหลั่นกัน ดังเช่น ตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนอาจได้รับอิทธิพลจากตัวแปรระดับนักเรียน ได้แก่ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ระยะเวลาในการอ่านหนังสือ ทัศนคติต่อรายวิชา เป็นต้น อาจได้รับอิทธิพลจากตัวแปรระดับห้องเรียน ได้แก่ รูปแบบการสอน บรรยากาศในชั้นเรียน ขนาดห้องเรียน เป็นต้น หรืออาจได้รับอิทธิพลจากตัวแปรระดับโรงเรียน ได้แก่ นโยบายทางวิชาการ การนิเทศการเรียนการสอน เป็นต้น ซึ่งโครงสร้างของข้อมูลในลักษณะนี้จะคล้ายกับการเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงพัฒนาการ เพื่อติดตามการเปลี่ยนแปลงในแต่ละช่วงเวลา หรือการติดตามเก็บข้อมูลซ้ำแต่ละช่วงเวลาที่ให้ทรีตเมนต์ (Maas & Hox, 2004; Kanjanawasee, 2007; Kajornsin, 2012) จากลักษณะข้อมูลดังกล่าว จึงมีการพัฒนาวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลที่เหมาะสมหรือสอดคล้องกับลักษณะดังกล่าว เรียกว่า การวิเคราะห์พหุระดับ (Multilevel Analysis) หรือตัวแบบเชิงเส้นลำดับชั้น (Hierarchical Linear Models) หรือตัวแบบอิทธิพลผสม (Mixed Effect Models) (Burstein, 1980; Goldstein, 1987; Raudenbush & Bryk, 2002) วิธีการวิเคราะห์ดังกล่าวนอกจากสามารถศึกษาอิทธิพลทางตรงได้แล้ว ยังสามารถศึกษาปฏิสัมพันธ์ข้ามระดับเพื่ออธิบายความแปรปรวนของตัวแปรตาม (Goldstein, 1995; Snijder & Bosker, 1999; Wiratchai & Pitiyanuwat, 2000; Raudenbush & Bryk, 2002; Kanjanawasee, 2007; Hox, 2010) นอกจากนี้ยังช่วยแก้ปัญหาความผิดพลาด คือ ความเอนเอียงรวมยอด (Aggregation biased) ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการประมาณค่าผิดพลาด(Misestimated standard error) และภาวะความต่างของการถดถอย (Heterogeneity of regression) โดยปัญหาดังกล่าวสาเหตุเกิดจากการรวมข้อมูลต่างระดับไว้ในระดับเดียวกันหรือการละเลยโครงสร้างของข้อมูลนั่นเองและดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการวิเคราะห์การถดถอยแบบทั่วไป (Raudenbush & Bryk, 2002; Kanjanawasee, 2007; Hox, 2010; Songthong, 2013)

การวิเคราะห์พหุระดับนั้น ถ้ามีหลายระดับและมีตัวแปรอิสระแต่ละระดับหลายตัวแปรจะมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นทั้งการวิเคราะห์และการแปลผลการวิจัย ดังนั้น การพัฒนาหรือสร้างตัวแบบเฉพาะตัวแปรอิสระและตัวแปรตามที่สัมพันธ์กันจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง ซึ่งวิธีการคัดเลือกตัวแบบในการวิเคราะห์พหุระดับที่เหมาะสม ควรมาจากการคัดเลือกตัวแปรอิสระที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรตามจำนวนที่ไม่มากหรือน้อยเกินไปให้อยู่ในสมการพยากรณ์ เนื่องจากตัวแบบที่มีตัวแปรอิสระมากเกินความจำเป็นทำให้ค่าพยากรณ์ที่ได้มีความคลาดเคลื่อนสูงและอาจเกิดปัญหาความสัมพันธ์เชิงเส้นแบบพหุ (multicollinearity) ในทางตรงกันข้ามถ้าตัวแบบที่สร้างขึ้นขาดตัวแปรอิสระที่สำคัญไปทำให้ค่าพยากรณ์มีความคลาดเคลื่อนสูงได้เช่นกัน (Na Bangchang & Jitthavech, 2013) ส่งผลให้ความแปรปรวนของค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าสูง ทำให้การทดสอบพารามิเตอร์ในตัวแบบไม่มีนัยสำคัญ (Seenoi & Jitthavech, 2010) ดังนั้น การคัดเลือกตัวแปรอิสระหรือการคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสม ในการวิเคราะห์พหุระดับจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง โดยรูปแบบการวิเคราะห์พหุระดับที่ดีควรเป็นรูปแบบที่มีตัวแปรอิสระในรูปแบบน้อยที่สุดแต่มีประสิทธิภาพในการอธิบายความผันแปรของตัวแปรตามได้ดีอย่างน้อยใกล้เคียงกับรูปแบบที่มีตัวแปรอิสระมากกว่า (Taesombat, 2005) จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ โดยกำหนดเงื่อนไขในการศึกษาให้ครอบคลุมทั้งความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงปรกติ และไม่มีการแจกแจงปรกติ กำหนดตัวแปรอิสระระดับละ 2 ตัวแปร ภายใต้การประมาณค่าพารามิเตอร์ 2 วิธี คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบเต็ม(Full Maximum Likelihood: FML) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด (Restricted Maximum Likelihood: RML) ซึ่งเป็นวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีประสิทธิภาพ และได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายโดยได้รับการพัฒนาเป็นฟังก์ชันในโปรแกรมสำเร็จรูปในการวิเคราะห์ข้อมูลแบบพหุระดับ (Hox, 1998; Kreft & de Leeuw, 1998; Songthong, 2013) สำหรับเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบในการวิเคราะห์พหุระดับประยุกต์ใช้เกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (Akaike's Information Criteria) ซึ่งพัฒนาโดยอะกะอิเกะ (Akaike, 1973; Muller *et al*., 2013) และเกณฑ์สารสนเทศของเบส์ (Bayesian Information Criteria) นำเสนอโดยซาวา (Sawa, 1978) ทั้งนี้เกณฑ์การคัดเลือกดังกล่าวใช้ในการคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ ผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์ใช้ในการคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ สำหรับขั้นตอนการคัดเลือกตัวแบบใช้วิธีการขจัดตัวแปรอิสระแบบถอยหลัง (Backward Elimination) ซึ่งเป็นวิธีการคัดเลือกตัวแบบการถดถอยที่ดีที่สุด (Montgomery *et al*., 2006) โดยกำหนดให้ตัวแบบการถดถอยประกอบด้วยตัวแปรอิสระเต็มรูป และคัดเลือกตัวแปรอิสระที่ไม่สามารถอธิบายความแปรปรวนของตัวแปรตามหรืออธิบายได้อย่างไม่มีนัยสำคัญออกจากตัวแบบทีละตัวแปร

วิธีการทางสถิติ

แนวคิดการวิเคราะห์พหุระดับ

การวิเคราะห์พหุระดับเป็นเทคนิคการวิเคราะห์ข้อมูลที่พัฒนาขึ้นมาโดยให้ความสำคัญกับโครงสร้างข้อมูล มีการพิจารณาความผันแปรของข้อมูลในแต่ละระดับ และวิเคราะห์ขนาดอิทธิพลของตัวแปรอิสระที่อธิบายความผันแปรของตัวแปรตามในแต่ละระดับ นอกจากนี้ยังสามารถศึกษาอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรข้ามระดับในการอธิบายตัวแปรตาม โดยสามารถเขียนสมการการวิเคราะห์พหุระดับ กรณี 2 ระดับ ได้ดังนี้ (Raudenbush & Bryk, 2002)

ตัวแบบระดับที่ 1

$$\underline{Y}_j = X_j\underline{\beta}_j + \underline{\varepsilon}_j \qquad (1)$$

ตัวแบบระดับที่ 2

$$\underline{\beta_j} = Z_j\underline{\gamma} + \underline{u_j} \quad (2)$$

สามารถเขียนตัวแบบสมการรวม (combined model) ได้ดังนี้

$$\underline{Y_j} = X_j Z_j \underline{\gamma} + X_j \underline{u_j} + \underline{\varepsilon_j} \quad (3)$$

เมื่อ $\underline{Y_j}$ คือ เวกเตอร์ตัวแปรตามระดับที่ 1 ของหน่วยตัวอย่างกลุ่มที่ j ขนาด $n_j \times 1$

$\boldsymbol{X_j}$ คือ เมทริกซ์ตัวแปรอิสระระดับที่ 1 ของหน่วยตัวอย่างกลุ่มที่ $\boldsymbol{j}$ ขนาด $\boldsymbol{n_j \times (p+1)}$

$\underline{\boldsymbol{\beta_j}}$ คือ เวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยระดับที่ 1 ของหน่วยตัวอย่างกลุ่มที่ $\boldsymbol{j}$ ขนาด $\boldsymbol{(p+1) \times 1}$

$\underline{\boldsymbol{\varepsilon_j}}$ คือ เวกเตอร์ความคลาดเคลื่อนของสมการระดับที่ 1 ของหน่วยตัวอย่างกลุ่มที่ $\boldsymbol{j}$ ขนาด $\boldsymbol{n_j \times 1}$

$\boldsymbol{Z_j}$ คือ เมทริกซ์ตัวแปรอิสระระดับที่ 2 ของหน่วยตัวอย่างกลุ่มที่ $\boldsymbol{j}$ ขนาด $\boldsymbol{(p+1) \times (q+1)}$

$\underline{\boldsymbol{\gamma}}$ คือ เวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยระดับที่ 2 ขนาด $\boldsymbol{(q+1) \times 1}$

$\underline{\boldsymbol{u_j}}$ คือ เวกเตอร์ความคลาดเคลื่อนของสมการระดับที่ 1 ของหน่วยตัวอย่างกลุ่มที่ j ขนาด $\boldsymbol{p \times 1}$

n_j คือ จำนวนหน่วยตัวอย่างในระดับที่ 1 ของกลุ่มที่ j

p คือ จำนวนตัวแปรอิสระระดับที่ 1

q คือ จำนวนตัวแปรอิสระระดับที่ 2

วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์พหุระดับที่มีการนำไปประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวาง คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood) โดยมีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดี คือ มีความแกร่ง (robust) มีประสิทธิภาพ(efficient) และมีความแนบนัย(consistent) แม้ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการแจกแจงของค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปรกติ ทั้งนี้ตัวอย่างต้องมีขนาดใหญ่พอ (Hox, 2010) โดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสูดแบบเต็ม (Full Maximum Likelihood: FML) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด (Restricted Maximum Likelihood: RML) โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสูดแบบเต็ม

วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสูดแบบเต็ม หรือวิธี FML จะประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งอิทธิพลตรึง (Fixed effect) และอิทธิพลสุ่ม (Random effect) ด้วยฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นสูงสุด สามารถเขียนฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบเต็ม ได้ดังนี้ (Bates *et al*., 2015)

$$-2\mathcal{L}(\theta, \beta, \sigma^2 | y_{obs}) = log\frac{|L_\theta|^2}{W} + nlog(2\pi\sigma^2) + \frac{r^2(\theta)}{\sigma^2} + \frac{\|R_X(\beta - \hat{\beta}_\theta)\|^2}{\sigma^2} \quad (4)$$

2. วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด

วิธีภาวะความควรจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด หรือวิธี RML มีจุดเด่น คือ เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กจะมีความเอนเอียงน้อยกว่าวิธี FML (Longford, 1993) สำหรับการประมาณค่านั้นจะประมาณส่วนประกอบของความแปรปรวนด้วยฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และสัมประสิทธิ์การถดถอยจะประมาณค่าในขั้นต่อไป (Hox, 2010) โดยสามารถเขียนฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด ได้ดังนี้ (Bates *et al*., 2015)

$$-2\mathcal{L}_R(\theta,\sigma^2|y_{obs}) = log\frac{|L_\theta|^2|R_X|^2}{W} + (n-p)log(2\pi\sigma^2) + \frac{r^2(\theta)}{\sigma^2} \quad (5)$$

เนื่องจากการประมาณค่าดังกล่าวมีความซับซ้อน จึงอาศัยขั้นตอนวิธีวนซ้ำ (iterative algorithm) โดยในการศึกษาครั้งนี้ใช้ Penalized least squares algorithm ภายใต้ฟังก์ชัน lme4 คำสั่ง lmer() ของโปรแกรม R (Bates *et al*., 2015)

เกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ

เกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบที่มีการพัฒนาและนำมาประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์พหุระดับ คือ เกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ และเกณฑ์สารสนเทศของเบส์ มีรายละเอียด ดังนี้

1. เกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (Akaike's Information Criteria: AIC) ถูกนำเสนอโดย (Akaike, 1973) โดยใช้แนวคิดการประมาณค่าความแปรปรวนสารสนเทศคูลส์แบล็ค-ไลท์เบอร์ (Kullback Leibler Information) ระหว่างตัวแบบจริงกับตัวแบบที่เหมาะสม ทั้งนี้ตัวแบบที่ดีที่สุดจะมีค่า AIC ต่ำสุด (Muller *et al*., 2013) มีรายละเอียด ดังนี้

$$AIC = -2\ell(\widehat{\theta}) + 2a_n(p+q)n_j \times (p+1) \quad (6)$$

เมื่อ $a_n = 1$ หรือ $a_n = \frac{n}{n-p-q-1}$ กรณีประชากรจำกัด

2. เกณฑ์สารสนเทศของเบส์ (Bayesian Information Criteria: BIC) ถูกนำเสนอโดยซาวา (Sawa, 1978) โดยพัฒนามาจากเกณฑ์ AIC ทั้งนี้เกณฑ์ BIC จะเลือกตัวแบบที่ให้ค่า BIC ต่ำสุดเป็นตัวแบบที่ถูกต้อง โดยมีสูตร ดังนี้ (Muller *et al*., 2013)

$$BIC = -2\ell(\widehat{\theta}) + log(n)(p+q) \quad (7)$$

สำหรับการจำลองแบบปัญหาครั้งนี้เปรียบเทียบเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ ประกอบด้วยเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะและเกณฑ์สารสนเทศของเบส์ โดยใช้โปรแกรม R ภายใต้คำสั่ง lmer() ฟังก์ชัน lme4

วิธีดำเนินการวิจัย

การศึกษาประสิทธิภาพของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ จำลองแบบปัญหาโดยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique) ด้วยโปรแกรม R version 3.4.1 มีรายละเอียด ดังนี้

1. จำลองตัวแปรอิสระระดับที่ 1 คือ ตัวแปร X_1และ X_2และตัวแปรอิสระระดับที่ 2 คือ ตัวแปร Z_1และ Z_2และ ε_{ij} ให้มีการแจกแจงปรกติมาตรฐาน และจำลอง U_{0j}, U_{1j} และ U_{2j}ให้มีการแจกแจง 3 ลักษณะตามค่าความเบ้(skewness) และค่าความโด่ง (kurtosis) คือ การแจกแจงปรกติ การแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปรกติ และการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปรกติ โดยใช้ฟังก์ชันของ Ramberg *et al*. (1979) มีรายละเอียด ดังนี้

$$R(p) = \lambda_1 + \frac{[p^{\lambda_3} - (1-p)^{\lambda_4}]}{\lambda_2} \quad (8)$$

เมื่อ $0 \leq p \leq 1$

λ_1 เป็นพารามิเตอร์ตำแหน่งที่ตั้ง (Location parameter)

λ_2 เป็นพารามิเตอร์สเกล (Scale parameter)

λ_3, λ_4 เป็นพารามิเตอร์รูปร่าง (Shape parameter)

โดยค่าตัวแปรที่จำลองขึ้นจะมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 0 และความแปรปรวน เท่ากับ 1 ถ้าต้องการให้มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ μ และความแปรปรวน เท่ากับ σ^2ต้องแปลงค่า λ_1 และ λ_2โดยสามารถดำเนินการได้ดังนี้

$$\lambda_1(\mu, \sigma) = \lambda_1(0,1)\sigma + \mu \quad (9)$$

$$\lambda_2(\mu, \sigma) = \lambda_2(0,1)/\sigma \quad (10)$$

โดยการจำลอง U_{0j}, U_{1j} และ U_{2j} กำหนดให้ค่าเฉลี่ย เป็น 0 และความแปรปรวนขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้น (Intraclass Correlation Coefficient: ICC) มีรายละเอียด ดังนี้

ตารางที่ 1 ค่าความแปรปรวนจำแนกตามค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้น

ICC	σ_ε^2	$\sigma_{00}^2/\sigma_{11}^2/\sigma_{22}^2$
0.10	1.00	0.1111
0.20	1.00	0.2500

สำหรับ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ และ λ_4 เปิดจากตารางของ Ramberg *et al*., (1979) ตามค่าความเบ้ (S_k) และค่าความโด่ง (K) มีรายละเอียด ดังนี้

ตารางที่ 2 ค่าพารามิเตอร์ในการจำลองการแจกแจง

การแจกแจง	S_k	K	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
การแจกแจงปรกติ	0.0	3.0	0.0000	0.1974	0.1349	0.1349
การแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปรกติ	-0.5	2.6	0.9870	0.2376	0.3770	0.0410
การแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปรกติ	0.5	4.0	-0.2900	0.0604	0.0259	0.0447

2. สร้างข้อมูลตัวแปรตาม (Y) ให้มีลักษณะอยู่ในตัวแบบเชิงเส้น (Linear Model) มีรายละเอียดดังนี้

ตัวแบบระดับที่ 1

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}X_{2ij} + \varepsilon_{ij} \quad (11)$$

ตัวแบบระดับที่ 2

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_{1j} + \gamma_{02}Z_{2j} + U_{0j} \quad (12)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}Z_{1j} + \gamma_{12}Z_{2j} + U_{1j} \quad (13)$$

$$\beta_{2j} = \gamma_{20} + \gamma_{21}Z_{1j} + \gamma_{22}Z_{2j} + U_{2j} \quad (14)$$

ตัวแบบผสม

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{1ij} + \gamma_{20}X_{2ij} + \gamma_{01}Z_{1j} + \gamma_{02}Z_{2j} + \gamma_{11}X_{1ij}Z_{1j} + \gamma_{12}X_{1ij}Z_{2j} + \gamma_{21}X_{2ij}Z_{1j} + \gamma_{22}X_{2ij}Z_{2j} + U_{0j} + X_{1ij}U_{1j} + X_{2ij}U_{2j} + \varepsilon_{ij} \quad (15)$$

โดยกำหนดค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย คือ $\gamma = \{1,0.3,0,0.3,0,0.3,0,0.3,0\}$ สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปรอิสระที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม มีค่าเท่ากับ 0.3 โดยมีขนาดอิทธิพลระดับปานกลาง (Cohen, 1988)

3. กำหนดขนาดตัวอย่าง ดังนี้

ระดับที่ 1 ขนาดกลุ่ม 4 ขนาด คือ 5, 15, 30 และ 50

ระดับที่ 2 จำนวนกลุ่ม 4 ขนาด คือ 15, 30, 50 และ 100

4. วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่นำมาศึกษาเปรียบเทียบกัน ประกอบด้วย วิธี FML และวิธี RML

5. เกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ ประกอบด้วย เกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (AIC) และเกณฑ์สารสนเทศของเบส์ (BIC) โดยมีรายละเอียดขั้นตอนการคัดเลือกตัวแบบ ดังนี้

ขั้นที่ 1 คำนวณ AIC_{full} และBIC_{full} จากตัวแบบเต็มรูป ภายใต้วิธีการประมาณค่าแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบเต็ม(Full Maximum Likelihood: FML) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด (Restricted Maximum Likelihood : RML)

ขั้นที่ 2 นำตัวแปรอิสระออกจากตัวแบบ 1 ตัวแปร และคำนวณค่า AIC กับ BIC

ขั้นที่ 3 พิจารณาตัวแบบที่มีค่า AIC กับ BIC น้อยกว่าตัวแบบอื่น ๆ กำหนดให้เป็น AIC_{min} และBIC_{min} ตามลำดับ

ขั้นที่ 4 เปรียบเทียบค่า AIC_{min} และBIC_{min} มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ AIC_{full} และBIC_{full} แสดงว่าสามารถนำตัวแปรอิสระดังกล่าวออกจากตัวแบบได้ และจะไม่นำตัวแปรอิสระนี้มาพิจารณาอีก แต่ถ้า AIC_{min} และBIC_{min}มีค่ามากกว่า AIC_{full} และBIC_{full} แสดงว่าไม่สามารถนำตัวแปรอิสระออกจากตัวแบบได้ ดังนั้น การคัดเลือกตัวแบบสิ้นสุด

ขั้นที่ 5 ดำเนินการทำซ้ำขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3 สำหรับขั้นที่ 4 ให้เปรียบเทียบค่า AIC_{min} และ BIC_{min}รอบปัจจุบันกับAIC_{min} และ BIC_{min} รอบก่อนหน้า ถ้ารอบปัจจุบันน้อยกว่าหรือเท่ากับรอบก่อนหน้าสามารถนำตัวแปรอิสระออกจากตัวแบบได้ และดำเนินการทำซ้ำจนไม่สามารถนำตัวแปรอิสระออกจากตัวแบบได้ และสิ้นสุดการคัดเลือกตัวแบบ

6. ในแต่ละสถานการณ์จำลองชุดข้อมูลจำนวน 1,000 ชุด

7. พิจารณาประสิทธิภาพของเกณฑ์สถิติเพื่อคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ โดยพิจารณาจากร้อยละของตัวแบบที่ถูกต้องที่มีเฉพาะตัวแปรที่ระบุให้มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม Y_{ij}

ผลการวิจัย

1. ผลการคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงปรกติ กำหนดสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้น เท่ากับ 0.10 และ 0.20

จากตารางที่ 3 เมื่อจำนวนกลุ่มเท่ากับ 15 และ 30 และขนาดกลุ่ม เท่ากับ 5, 15, 30 และ 50 เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี FML เกณฑ์ AIC คัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ BIC ทุกสถานการณ์ เมื่อจำนวนกลุ่มเท่ากับ 50 และขนาดกลุ่ม เท่ากับ 5, 15, 30 และ 50 เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี RML เกณฑ์ AIC คัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ BIC และเมื่อจำนวนกลุ่มเท่ากับ 100 และขนาดกลุ่ม เท่ากับ 5, 15, 30 และ 50 เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี FML เกณฑ์ BIC คัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ AIC

ตารางที่ 3 ร้อยละของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับได้ถูกต้อง กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงปรกติ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้น

Number of Group	Group Size	ICC	AIC		BIC	
			FML	RML	FML	RML
15	5	0.10	6.70*	2.40	2.90	0.50
		0.20	3.50*	1.30	1.00	0.10
15	15	0.10	19.00*	14.30	10.90	1.50
		0.20	8.80*	4.00	1.90	0.10
15	30	0.10	26.80*	22.20	15.30	2.60
		0.20	11.90*	4.40	2.00	0.20
15	50	0.10	28.00	29.40*	18.30	4.00
		0.20	12.40*	6.90	1.60	0.10
30	5	0.10	26.60*	18.40	15.90	3.40
		0.20	15.10*	6.70	5.50	0.70
30	15	0.10	35.50	53.50*	47.20	18.70
		0.20	29.20*	23.40	15.50	2.90
30	30	0.10	43.00	71.60*	65.40	32.80
		0.20	33.40*	31.20	17.20	3.10
30	50	0.10	43.30	77.30*	67.50	38.30
		0.20	35.20*	34.20	14.90	3.10
50	5	0.10	38.00	46.70*	42.70	16.70
		0.20	31.70*	26.50	20.80	4.80
50	15	0.10	45.30	83.90*	80.50	62.50
		0.20	41.40	57.10*	43.90	17.70
50	30	0.10	46.80	91.70	92.40*	81.40
		0.20	45.20	70.50*	53.20	22.50
50	50	0.10	48.20	93.90	95.60*	88.30
		0.20	42.50	71.20*	51.80	22.90
100	5	0.10	48.30	88.40	88.50*	77.20
		0.20	49.70	76.00*	70.50	41.70
100	15	0.10	45.50	91.90	93.90	96.30*
		0.20	50.80	90.70	92.10*	81.50
100	30	0.10	50.50	94.80	97.20	99.70*
		0.20	48.60	93.60	96.30*	86.90
100	50	0.10	48.40	96.40	98.70	99.60*
		0.20	49.80	93.00	96.90*	89.90

* ร้อยละของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบที่ถูกต้องสูงสุด

2. ผลการคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปรกติ กำหนดค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้น เท่ากับ 0.10 และ 0.20

จากตารางที่ 4 เมื่อจำนวนกลุ่มเท่ากับ 15 และขนาดกลุ่ม เท่ากับ 5, 15, 30 และ 50 เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี FML เกณฑ์ AIC คัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ BIC เมื่อจำนวนกลุ่มเท่ากับ 30 และขนาดกลุ่ม เท่ากับ 5, 15, 30 และ 50 เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี FML และ RML เกณฑ์ AIC และเกณฑ์ BIC คัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องใกล้เคียงกัน และเมื่อจำนวนกลุ่มเท่ากับ 50 และ 100 และขนาดกลุ่ม เท่ากับ 5, 15, 30 และ 50 เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี RML เกณฑ์ BIC คัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ AIC

ตารางที่ 4 ร้อยละของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับได้ถูกต้อง กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปรกติ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้น

Number of Group	Group Size	ICC	AIC		BIC	
			FML	RML	FML	RML
15	5	0.10	8.80*	3.90	3.40	0.60
		0.20	7.30*	2.00	1.50	0.20
15	15	0.10	30.30*	28.10	23.30	7.30
		0.20	25.20*	19.50	16.60	2.30
15	30	0.10	39.80	60.70*	59.90	30.60
		0.20	33.40	44.50*	43.60	19.60
15	50	0.10	46.10	74.50*	74.30	57.40
		0.20	35.30	52.50	53.90*	40.00
30	5	0.10	29.70*	22.70	20.60	5.80
		0.20	27.10*	14.00	12.20	3.00
30	15	0.10	50.30	81.10*	79.80	57.50
		0.20	43.70	66.70*	65.70	44.20
30	30	0.10	49.80	90.10	91.20*	90.00
		0.20	48.40	77.00	78.60*	78.20
30	50	0.10	49.30	91.70	93.90	96.30*
		0.20	45.40	77.40	79.60	80.80*
50	5	0.10	48.60	61.80*	59.10	29.10
		0.20	42.30	49.20*	46.50	20.50
50	15	0.10	48.20	92.50	94.60	94.80*
		0.20	48.20	85.60	88.40*	86.70
50	30	0.10	48.10	94.40	96.40	98.70*
		0.20	47.90	89.80	92.30	93.50*
50	50	0.10	48.30	94.60	97.30	99.10*
		0.20	51.50	92.30	93.80	95.10*

ตารางที่ 4 (ต่อ) ร้อยละของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับได้ถูกต้อง กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปรกติ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้น

Number of Group	Group Size	ICC	AIC		BIC	
			FML	RML	FML	RML
100	5	0.10	51.60	91.90	92.60*	88.20
		0.20	50.30	90.70	91.20*	80.00
100	15	0.10	52.30	95.70	97.00	98.90*
		0.20	48.50	94.20	95.90	98.00*
100	30	0.10	51.50	97.10	98.40	99.90*
		0.20	52.20	97.20	98.60	99.50*
100	50	0.10	51.00	98.00	99.10	100.00*
		0.20	53.20	95.90	98.20	99.30*

* ร้อยละของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบที่ถูกต้องสูงสุด

3. ผลการคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปรกติ กำหนดค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้น เท่ากับ 0.10 และ 0.20

จากตารางที่ 5 เมื่อจำนวนกลุ่มเท่ากับ 15 และขนาดกลุ่ม เท่ากับ 5, 15, 30 และ 50 เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี FML เกณฑ์ AIC คัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ BIC เมื่อจำนวนกลุ่มเท่ากับ 30 และขนาดกลุ่ม เท่ากับ 5, 15, 30 และ 50 เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี FML และ RML เกณฑ์ AIC และเกณฑ์ BIC คัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องใกล้เคียงกัน และเมื่อจำนวนกลุ่มเท่ากับ 50 และ 100 และขนาดกลุ่ม เท่ากับ 5, 15, 30 และ 50 เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี RML เกณฑ์ BIC คัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ AIC

ตารางที่ 5 ร้อยละของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับได้ถูกต้อง กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปรกติ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้น

Number of Group	Group Size	ICC	AIC		BIC	
			FML	RML	FML	RML
15	5	0.10	8.80*	2.90	3.00	0.40
		0.20	9.00*	2.30	1.80	0.30
15	15	0.10	33.30*	30.00	24.80	5.90
		0.20	24.00*	17.40	15.00	3.70
15	30	0.10	40.50	59.10*	55.50	27.70
		0.20	35.40	46.60*	45.50	20.60

ตารางที่ 5 (ต่อ) ร้อยละของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับได้ถูกต้อง กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปรกติ จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายใน

Number of Group	Group Size	ICC	AIC		BIC	
			FML	RML	FML	RML
15	50	0.10	43.20	73.40*	72.90	53.60
		0.20	34.60	54.50	55.80*	41.90
30	5	0.10	29.90*	24.10	22.10	5.70
		0.20	27.60*	17.20	14.10	2.90
30	15	0.10	48.70	80.00*	78.60	55.90
		0.20	44.40	66.30*	64.50	44.50
30	30	0.10	52.20	91.40	93.10*	91.40
		0.20	47.90	79.60	81.20*	78.20
30	50	0.10	49.60	92.60	94.90	96.00*
		0.20	47.10	80.00	81.70	83.00*
50	5	0.10	47.90	61.00*	58.60	29.60
		0.20	39.70	49.30*	46.40	18.70
50	15	0.10	47.10	93.70	95.00*	94.10
		0.20	48.60	87.50	89.30*	86.30
50	30	0.10	48.10	94.30	96.60*	98.70*
		0.20	50.70	88.20	90.10	91.80*
50	50	0.10	51.10	95.70	97.40	99.40*
		0.20	49.30	90.30	92.90	94.60*
100	5	0.10	49.30	92.20	92.30*	89.50
		0.20	47.80	89.20	89.60*	79.10
100	15	0.10	48.80	95.20	96.90	98.70*
		0.20	51.10	95.00	97.40	99.00*
100	30	0.10	49.80	96.90	97.80	99.90*
		0.20	50.20	95.30	98.10	99.10*
100	50	0.10	51.10	97.20	98.00	99.80*
		0.20	50.60	95.50	98.30	99.60*

* ร้อยละของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบที่ถูกต้องสูงสุด

วิจารณ์ผลการวิจัย

จากผลการวิจัย พบว่า เมื่อจำนวนกลุ่มและขนาดกลุ่มเพิ่มขึ้นสามารถคัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องสูงขึ้น (Seenoi & Jitthavech, 2010) โดยการคัดเลือกตัวแบบส่วนใหญ่จะมีความถูกต้องร้อยละ 90 ขึ้นไป เมื่อจำนวนกลุ่มและขนาดกลุ่มอย่างน้อย 30 หน่วยขึ้นไปสอดคล้องกับกฎ 30/30 ของ Kreft (1996) ทั้งนี้เมื่อสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในชั้นมีค่าสูงขึ้น ประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแบบจะลดลง โดยเกณฑ์สารสนเทศของเบส์ (BIC) ค่อนข้างมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์สารสนเทศของอะกะอิเกะ (AIC) โดยเฉพาะเมื่อจำนวนกลุ่มมีขนาดใหญ่ ทั้งนี้เนื่องมาจากวิธี BIC ได้พัฒนาปรับปรุงมาจากวิธี AIC เพื่อให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น (Boonsuk & Jitthavech, 2014)

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาประสิทธิภาพของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์พหุระดับ พบว่า กรณีความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงปรกติ เมื่อจำนวนกลุ่มเท่ากับ 15, 30 และ 50 เกณฑ์ AIC สามารถคัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ BIC สำหรับจำนวนกลุ่ม เท่ากับ 100 เกณฑ์ BIC สามารถคัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ AIC สำหรับความคลาดเคลื่อนของตัวแบบระดับที่ 2 มีการแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปรกติ และมีการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปรกติ พบว่า เมื่อจำนวนกลุ่ม เท่ากับ 15 เกณฑ์ AIC สามารถคัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ BIC และเมื่อจำนวนกลุ่ม เท่ากับ 30 เกณฑ์ AIC และเกณฑ์ BIC คัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องใกล้เคียงกัน และเมื่อจำนวนกลุ่ม เท่ากับ 50 และ 100 เกณฑ์ BIC คัดเลือกตัวแบบได้ดีกว่าเกณฑ์ AIC

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิที่ให้ทุนอุดหนุนการวิจัย และผู้ทรงคุณวุฒิที่ช่วยให้ข้อเสนอแนะในการปรับแก้บทความวิจัย

เอกสารอ้างอิง

Akaike, H. (1973). Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle. *In 2nd International Symposium on Information Theory*. (pp. 267-281). N.N. Petrov and F. Csaki, eds. Akademiai Kiado, Budapest.

Boonsuk, N. & Jitthavech, J. (2014). Criterion and Test Statistics for Selecting Multiple Linear Regression Models without Full Model. *KMUTT Research and Development Journal*, *37*(2), 227-238. (in Thai)

Burstein, L. (1980). *Analysis of Multilevel Data in Education Research and Evaluation*. In Berliner (Ed) Review of Research Association.

Bates, D., Machler, M., Bolker, B.M. & Walker S.C. (2015). Fitting Linear Mixed-Effects Models Using lme4. *Journal of Statistical Software*, *67*(1), 1-48, Doi: 10.18637/jss.v067.i01.

Cohen, J. (1988). Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Goldstein, H. (1987). *Multilevel Models in Educational and Social Research*. Oxford: Oxford University Press.

Goldstein, H. (1995). *Multilevel statistical models*. (2nd ed). Newyork-Toronto: John Wiley & Sons.

Hox, J.J. (1998). Multilevel modeling: When and why. In I. Balgerjahn, R. Mathar, & M. Schader (Eds.), *Classification, data analysis, and data highways*. (pp. 147-154). New York: Springer Verlag.

Hox, J.J. (2010). *Multilevel Analysis Techniques and Applications*. (2nd ed). New York: Routledge.

Kajornsin, K. (2012). *Hierarchical Linear Modeling*. Bangkok: P.S. Print. 327 p. (in Thai)

Kanjanawasee, S. (2007). *MULTI-LEVEL ANALYSIS*. (4th ed). Bangkok: Chulalongkorn University Printing House. (in Thai)

Kreft, I.G.G. (1996). *Are multilevel techniques necessary? An overview, including simulation studies*. Unpublished Report, California State University, Los Angeles. Retrieved July 16, 2018, from http://eric.ed.gov.

Kreft, I.G.G & de Leeuw, J. (1998). *Introducing multilevel modeling*. Newburg Park, CA: Sage.

Longford, N.T. (1993). *Random coefficient models*. Oxford, UK: Clarendon Press.

Maas, C.J.M., & Hox, J.J. (2004). *Robustness of multilevel parameter estimates against small sample sizes*. Department of Methodology and Statistics, Utrecht University.

Muller, S., Scealy J.L. & Welsh, A.H. (2013). Model Selection in Linear Mixed Models. *Statistical Science*, 28(2), 135-167 DOI: 10.1214/12-STS410

Montgomery, D.C., Peak, E.A., & Vining, G.G. (2006). *Introduction to Linear Regression Analysis*. (4th ed). New York: Wiley.

Na Bangchang, K. & Jitthavech, J. (2013). A Variable Selection in Multiple Linear Regression Models Based on Tabu Search. *KKU Science Journal*, *41*(1), 250-261. (in Thai)

Ramberg, J.S., Dudewicz, E.J., Tadikamalla, P.R., & Mykytka, E.F. (1979). *A probability distribution and its uses in fitting data*. *Technometrics*, *21*, 201-214.

Raudenbush, S.W., & Bryk, A.S. (2002). *A Hierarchical Linear Mode: Applications and Data Analysis Methods.* (2nd ed). California: Sage Publications.

Seenoi, P. & Jitthavech, J. (2010). Test Statistics for Selecting Multiple Linear Regression Models. *Burapha Science Journal*, *15*(2), 47-56. (in Thai)

Snijder, T. & Bosker, R. (1999). *Multilevel analysis*. London: Sage Publications. Inc.

Sawa, T. (1978). Information Criteria for Discriminating among Alternative Regression Model. *Journal of Econometrica*, *46*, 1273-1282.

Songthong, M. (2013). The Study of Efficiency of Parameter Estimation Methods in Multilevel Analysis of Small Sample Groups. *Burapha Science Journal*, *18*(1), 116-124. (in Thai)

Taesombut, S. (2005). *Regression analysis*. (3rd ed.), Bangkok: Kasetsart University Press. 294 p. (in Thai)

Wiratchai, N. & Pitiyanuwat, S. (2000). Nature of Educational Sciences and Educational Research Methodology. *Journal of Research Methodology: JRM*, *13*(2), 34-72. (in Thai)