

การเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน

A Comparison of Power of the Test of Homogeneity of Variances

ธิดารัตน์ พนมโสภณ, อภิญญา หิรัญวงษ์* และ บุญอ้อม ไชมที

Tidarat Phanomsophon, Apinya Hirunwong* and Boonorm Chomtee

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

Department Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University

Received : 6 February 2018

Accepted : 25 April 2018

Published online : 16 May 2018

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ คือ เปรียบเทียบกำลังการทดสอบของการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน สำหรับประชากร 3, 4 และ 5 กลุ่ม จำนวน 3 การทดสอบ คือ การทดสอบของเลวีเน (W) การทดสอบของบราว-ฟอร์ลิตซ์ (BF) และการทดสอบของบันดารีและได (BD) โดยพิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดแบบที่ 1 และเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของแต่ละการทดสอบ ศึกษาด้วยการจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ ขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ ผลการวิจัยพบว่า การทดสอบของบันดารีและไดสามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี และมีกำลังการทดสอบสูงกว่าวิธีอื่น

คำสำคัญ : ความเท่ากันของความแปรปรวน, การทดสอบของเลวีเน, การทดสอบของบราว-ฟอร์ลิตซ์, การทดสอบของบันดารีและได

Abstract

The objective of this research is to compare power of the test of homogeneity of variances of 3, 4 and 5 populations by Levene's test (W) Brown-Forsythe's test (BF) and Bhandary and Dai's test (BD). The methods are compared by considering the ability to control the probability of type I error and power of the test. The studied use simulated normal distribution data in small, medium and large size . The results show that Bhandary and Dai's test can control probability of type I error for all cases and It has highest power of the test.

Keywords : homogeneity of variances, Levene's test, Brown-Forsythe's test, Bhandary and Dai's test

*Corresponding author. E-mail : fsciaph@ku.ac.th

บทนำ

การวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) เพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากรตั้งแต่ 2 กลุ่มขึ้นไปนั้น มีข้อสมมติที่สำคัญคือ ข้อมูลสุ่มมาจากแต่ละประชากรที่มีการแจกแจงปกติและมีความแปรปรวนเท่ากัน (Smalheiser, 2017) ซึ่งในกรณีนี้ที่ข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อสมมติดังกล่าว อาจส่งผลให้นักวิจัยมีการสรุปผลที่ไม่ถูกต้อง ทำให้ความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 มีค่าสูงขึ้น

นักวิจัยหลายท่านได้พัฒนาและนำเสนอการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนหลายกลุ่ม ในแบบที่อิงพารามิเตอร์ เช่น การทดสอบของฮาร์ตเลย์ (Hartley's Test) การทดสอบของบาร์ตเลตต์ (Bartlett's Test) การทดสอบของเลวิน (Levene's Test) การทดสอบของค็อกครัน (Cochran's Test) การทดสอบของบราว-ฟอร์ลิตต์ (Brown-Forsythe's Test) และการทดสอบของโอไบรอัน (O'Brien's Test) เป็นต้น ส่วนการทดสอบที่ไม่อิงพารามิเตอร์ ได้แก่ วิธีการทดสอบของมู้ด (Mood's Test) การทดสอบของจีนิ (Gini's Test) และการทดสอบของบันดารีและได (Bhandary and Dai's Test) เป็นต้น ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงสนใจศึกษาเพื่อเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากร 3, 4 และ 5 กลุ่ม โดยข้อมูลที่สุ่มมานั้นเป็นไปตามข้อสมมติของการวิเคราะห์ความแปรปรวน คือ ข้อมูลสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ โดยเปรียบเทียบการทดสอบ 3 การทดสอบ ได้แก่ การทดสอบของเลวิน การทดสอบของบราว-ฟอร์ลิตต์ และการทดสอบของบันดารีและได เนื่องจากงานวิจัยที่นำเสนอการทดสอบบันดารีและได (Bhandaray and Dai, 2009) ได้เปรียบเทียบการทดสอบ 4 การทดสอบ ได้แก่ การทดสอบของฮาร์ตเลย์ การทดสอบของบาร์ตเลตต์ การทดสอบของเลวิน และการทดสอบที่นำเสนอขึ้นใหม่ คือ การทดสอบของบันดารีและได จึงเลือกการทดสอบของเลวินมาเปรียบเทียบเพื่อพิจารณาความสอดคล้องกับงานวิจัยเดิม และเลือกการทดสอบของบราว-ฟอร์ลิตต์ เนื่องจากเป็นการทดสอบที่ยังไม่เคยเปรียบเทียบกับ การทดสอบของบันดารีและไดมาก่อน ทั้งยังเป็น การทดสอบที่ถูกนำมาใช้ในการเปรียบเทียบอยู่บ่อยครั้ง ซึ่งเกณฑ์การเปรียบเทียบจะพิจารณาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของการทดสอบที่สามารถควบคุมความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้มีขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. จำลองข้อมูลประชากรเป็นการแจกแจงปกติ ที่ค่าเฉลี่ยเป็น 0 และกำหนดความแปรปรวนดังต่อไปนี้ คือ

1.1 คำนวณค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กำหนดความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มเท่ากับ 1

1.2 คำนวณกำลังการทดสอบ กำหนดความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มดังตารางที่ 1 โดยกำหนดระดับความแตกต่างของความแปรปรวนด้วยวิธีของ Games *et al.* (1972) ที่แนะนำค่าอนเซนทรลิตีพารามิเตอร์ (Noncentrality parameter : ϕ) ซึ่งเป็นเกณฑ์การวัดความแตกต่างของความแปรปรวน ดังนี้

$$\phi = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\sigma_i^2 - \sigma^2) / k}{\sigma_1^2}}$$

โดยที่ σ_1^2 คือ ค่าความแปรปรวนของประชากรที่มีค่าต่ำที่สุด

σ_i^2 คือ ค่าความแปรปรวนของประชากรกลุ่มที่ i โดยที่ $i = 1, 2, \dots, k$

σ^2 คือ ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของประชากรทั้ง k กลุ่ม

k คือ จำนวนกลุ่มประชากร

เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดความแตกต่างของความแปรปรวนของประชากร คือ

ถ้าค่า ϕ อยู่ในช่วง $0 < \phi < 1.5$ แสดงว่า ความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันน้อย

ถ้าค่า ϕ อยู่ในช่วง $1.5 \leq \phi < 3.0$ แสดงว่า ความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันปานกลาง

ถ้าค่า ϕ อยู่ในช่วง $\phi \geq 3.0$ แสดงว่า ความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันมาก

ตารางที่ 1 ระดับความแตกต่างของความแปรปรวนที่ศึกษา

| ระดับความแตกต่างของความแปรปรวน | k | | |
|-----------------------------------|-----------|----------------|--------------------|
| | 3 | 4 | 5 |
| น้อย ($0 < \phi < 1.5$) | 1 : 1 : 2 | 1 : 1 : 1 : 2 | 1 : 1 : 1 : 1 : 2 |
| ปานกลาง ($1.5 \leq \phi < 3.0$) | 1 : 3 : 5 | 1 : 3 : 5 : 7 | 1 : 3 : 5 : 7 : 7 |
| มาก ($\phi \geq 3.0$) | 1 : 4 : 9 | 1 : 4 : 8 : 10 | 1 : 2 : 5 : 7 : 10 |

2. สุ่มตัวอย่างตามสถานการณ์ที่กำหนดไว้ คือ ประชากรจำนวน 3, 4 และ 5 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างกำหนดเป็น 3 ขนาด คือ ขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ และกำหนดจำนวนข้อมูลแต่ละกลุ่มเท่ากันและไม่เท่ากัน ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การกำหนดขนาดตัวอย่างที่ศึกษา

| จำนวนกลุ่มประชากร | ขนาดตัวอย่าง | ขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่ม | |
|-------------------|--------------|------------------------|-----------------|
| | | จำนวนเท่ากัน | จำนวนไม่เท่ากัน |
| 3 | เล็ก | 5,5,5 | 5,10,15 |
| | กลาง | 30,30,30 | 30,35,40 |
| | ใหญ่ | 55,55,55 | 55,60,65 |
| 4 | เล็ก | 5,5,5,5 | 5,10,15,20 |
| | กลาง | 30,30,30,30 | 30,35,40,45 |
| | ใหญ่ | 55,55,55,55 | 55,60,65,70 |
| 5 | เล็ก | 5,5,5,5,5 | 5,10,15,20,25 |
| | กลาง | 30,30,30,30,30 | 30,35,40,45,50 |
| | ใหญ่ | 55,55,55,55,55 | 55,60,65,70,75 |

3. นำข้อมูลที่สุ่มได้ตามข้อ 2 นำมาทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน โดยมีสมมติฐานของการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน คือ

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$$

$$H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 ; i \neq j ; i, j = 1, 2, \dots, k$$

และทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน 3 การทดสอบ คือ

3.1 การทดสอบของเลวีเน (Levene's Test : W) (Levene, 1960)

ขั้นที่ 1 แปลงค่า x_{ij} เป็น Z_{ij} โดยที่ $Z_{ij} = |x_{ij} - \bar{x}_i|$ โดย \bar{x}_i คือ ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ i

$$\text{ขั้นที่ 2 คำนวณ } W = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Z}_{i.} - \bar{Z}_{..})^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_{i.})^2} \tag{1}$$

$$\bar{Z}_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} Z_{ij}}{n_i}, \quad \bar{Z}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} Z_{ij}}{N}$$

k คือ จำนวนของกลุ่มตัวอย่าง, n_i คือ จำนวนข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างที่ i
 N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

เกณฑ์ในการตัดสินใจคือ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่าของตัวสถิติทดสอบ W มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากการแจกแจงเอฟ ที่มีองศาเสรี เท่ากับ $k - 1$ และ $N - k$ หรือ $F > F_{\alpha(k-1, N-k)}$

3.2 วิธีการทดสอบของบราว-ฟอร์ซิติ (Brown-Forsythe's Test : BF) (Brown and Forsythe, 1974)

ขั้นที่ 1 แปลงค่า x_{ij} เป็น Z_{ij} โดยที่ $Z_{ij} = |x_{ij} - \tilde{x}_i|$ โดย \tilde{x}_i คือ ค่ามัธยฐานของกลุ่มตัวอย่างที่ i

$$\text{ขั้นที่ 2 คำนวณ } BF = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{Z}_{i.} - \bar{Z}_{..})^2 / (k - 1)}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_{i.})^2 / \sum_{i=1}^k (n_i - 1)} \tag{2}$$

$$\bar{Z}_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} Z_{ij}}{n_i}, \quad \bar{Z}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} Z_{ij}}{N}$$

เกณฑ์ในการตัดสินใจคือ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่าของตัวสถิติทดสอบ BF มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากการแจกแจงเอฟ ที่มีองศาเสรีเท่ากับ $k - 1$ และ $N - k$ หรือ $F > F_{\alpha(k-1, N-k)}$

3.3 วิธีการทดสอบของบันดารีและได (Bhandary and Dai's Test : BD) (Bhandaray and Dai, 2009)

$$\text{ขั้นที่ 1 คำนวณค่า } S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_{ij})^2}{n_i - 1} \text{ โดยที่ } i = 1, 2, \dots, k \text{ และ}$$

$$S_{p:i}^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + \dots + (n_{i-1} - 1)S_{i-1}^2 + (n_{i+1} - 1)S_{i+1}^2 + \dots + (n_k - 1)S_k^2}{r_i}$$

โดยที่ $r_i = (n_1 - 1) + \dots + (n_{i-1} - 1) + (n_{i+1} - 1) + \dots + (n_k - 1)$ เป็นองศาเสรี

$$\text{และกำหนดตัวสถิติคำนวณ คือ } F_{i,\text{calc}} = \frac{S_i^2}{S_{p:i}^2} \text{ และ } \bar{F}_{i,\text{calc}} = \frac{S_{p:i}^2}{S_i^2} \quad (3)$$

ขั้นที่ 2 ความน่าจะเป็นของตัวสถิติคำนวณ (p-value : P_i) ในขั้นที่ 1 หาได้จาก $P_i = P(X > F_{i,\text{calc}})$

โดยที่ $X \sim F_{n_i-1, r_i}$ และ $\bar{P}_i = P(\bar{X} > \bar{F}_{i,\text{calc}})$ โดยที่ $\bar{X} \sim F_{r_i, n_i-1}$

ขั้นที่ 3 จัดเรียงค่า P_i และ \bar{P}_i ที่คำนวณได้ในขั้นที่ 2 จากน้อยไปมากโดยกำหนดให้เป็น $P_{(1)}, P_{(2)}, \dots, P_{(2k)}$

เกณฑ์การตัดสินใจคือ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $P_{(i)}$ มีค่าน้อยกว่า $\frac{i\alpha}{2k}$; $i = 1, 2, \dots, 2k$,

4. เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 โดยใช้เกณฑ์ของ Cochran (Thukaeow, 2009) เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญที่ 0.05 และทำการทดลองทั้งหมด 1,000 ครั้ง ซึ่งจะสามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ เมื่อค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ตกอยู่ในช่วง (0.036 ,

0.064) โดยคำนวณมาจาก $\alpha_0 \leq \alpha - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\alpha(\alpha-1)}{n}}$ และ $\alpha_0 \geq \alpha + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\alpha(\alpha-1)}{n}}$ ตามลำดับ

5. เปรียบเทียบกำลังการทดสอบ ซึ่งจะเปรียบเทียบเฉพาะการทดสอบที่สามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้เท่านั้น โดยคำนวณกำลังการทดสอบของแต่ละการทดสอบจากการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อสมมติฐานหลักเป็นเท็จ หารด้วยจำนวนครั้งทั้งหมดที่ทำการทดสอบ โดยการทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูงสุด จะเป็นการทดสอบที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ผลการวิจัยและวิจารณ์ผล

จากตารางที่ 3 จะพบว่าเมื่อตัวอย่างขนาดกลางและตัวอย่างขนาดใหญ่ การทดสอบทั้ง 3 วิธี สามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกลักษณะของข้อมูล แต่ในตัวอย่างขนาดเล็ก การทดสอบของบันดารีและได สามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี ส่วนการทดสอบของบราว-ฟอร์ลิตี ไม่สามารถควบคุมได้ และการทดสอบของเลวินควบคุมได้เฉพาะข้อมูลในลักษณะที่แต่ละกลุ่มมีขนาดตัวอย่างไม่เท่ากันเท่านั้น

ตารางที่ 3 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของการทดสอบทั้ง 3 วิธี ภายใต้การแจกแจงปกติที่ระดับ
นัยสำคัญ 0.05

| k | ขนาดตัวอย่าง แต่ละกลุ่ม | ตัวอย่างขนาดเล็ก | | | ตัวอย่างขนาดกลาง | | | ตัวอย่างขนาดใหญ่ | | |
|---|----------------------------|------------------|--------------|-------|------------------|-------|-------|------------------|-------|-------|
| | | W | BF | BD | W | BF | BD | W | BF | BD |
| 3 | เท่า | <u>0.074</u> | <u>0.003</u> | 0.042 | 0.050 | 0.038 | 0.047 | 0.056 | 0.050 | 0.058 |
| | ไม่เท่า | 0.063 | <u>0.024</u> | 0.041 | 0.051 | 0.038 | 0.039 | 0.048 | 0.041 | 0.049 |
| 4 | เท่า | <u>0.080</u> | <u>0.003</u> | 0.041 | 0.058 | 0.048 | 0.056 | 0.054 | 0.046 | 0.051 |
| | ไม่เท่า | 0.057 | <u>0.024</u> | 0.046 | 0.055 | 0.045 | 0.047 | 0.054 | 0.047 | 0.055 |
| 5 | เท่า | <u>0.096</u> | <u>0.001</u> | 0.054 | 0.063 | 0.054 | 0.045 | 0.049 | 0.041 | 0.042 |
| | ไม่เท่า | 0.057 | <u>0.022</u> | 0.056 | 0.053 | 0.038 | 0.041 | 0.060 | 0.049 | 0.045 |

หมายเหตุ ตัวเลขที่ขีดเส้นใต้ เป็นการทดสอบที่ไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้

พิจารณากำลังการทดสอบจากตารางที่ 4 เมื่อขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มมีขนาดเท่ากัน จะเห็นได้ว่า ตัวอย่างขนาดเล็กการทดสอบของบันดารีและได มีกำลังการทดสอบสูงกว่าวิธีอื่น ทั้งกรณีประชากรเป็น 3, 4 และ 5 กลุ่ม

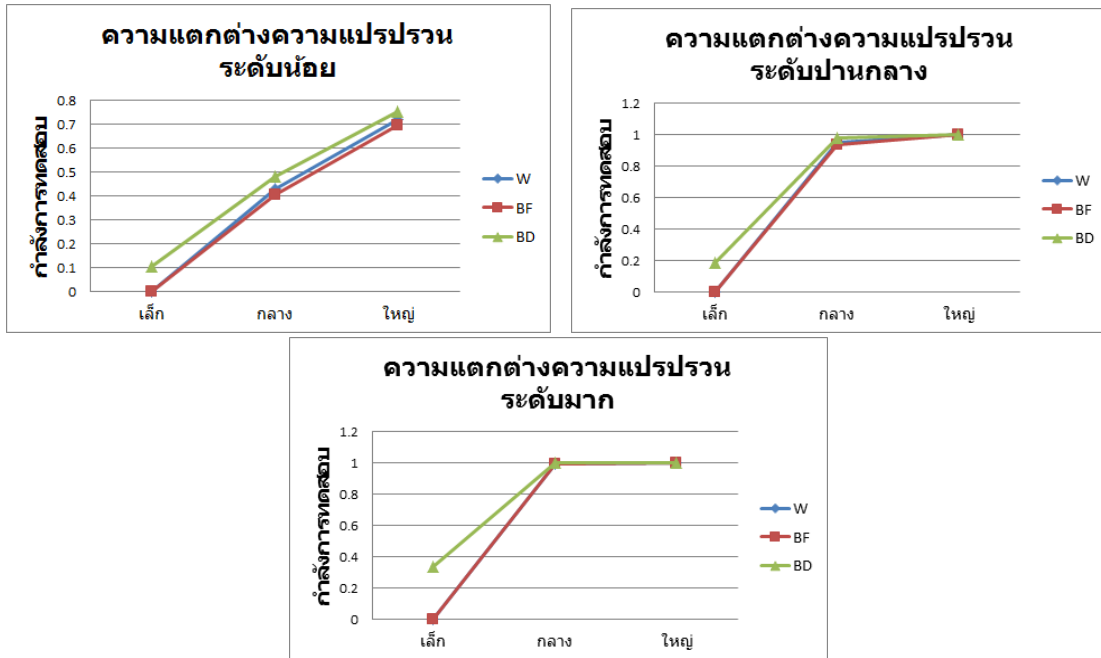
เมื่อพิจารณากรณีขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มไม่เท่ากันที่ตัวอย่างขนาดเล็กประชากรเป็น 3 กลุ่ม และระดับความแตกต่างของความแปรปรวนระดับน้อย การทดสอบของเลวิน มีกำลังการทดสอบมากกว่าการทดสอบของบันดารีและได เมื่อระดับความแตกต่างของความแปรปรวนเป็นระดับปานกลางและระดับมาก การทดสอบของบันดารีและไดมีกำลังการทดสอบมากกว่าการทดสอบของเลวิน แต่กรณีประชากรเป็น 4 และ 5 กลุ่ม การทดสอบของบันดารีและไดมีกำลังการทดสอบสูงกว่าการทดสอบของเลวินทุกกรณี และที่ตัวอย่างขนาดกลางและขนาดใหญ่ การทดสอบของบันดารีและไดมีกำลังการทดสอบสูงสุด ทั้งประชากร 3, 4 และ 5 กลุ่ม

เมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้น และระดับความแตกต่างของความแปรปรวนมากขึ้นส่งผลให้กำลังการทดสอบเข้าใกล้ 1 ทุกการทดสอบ

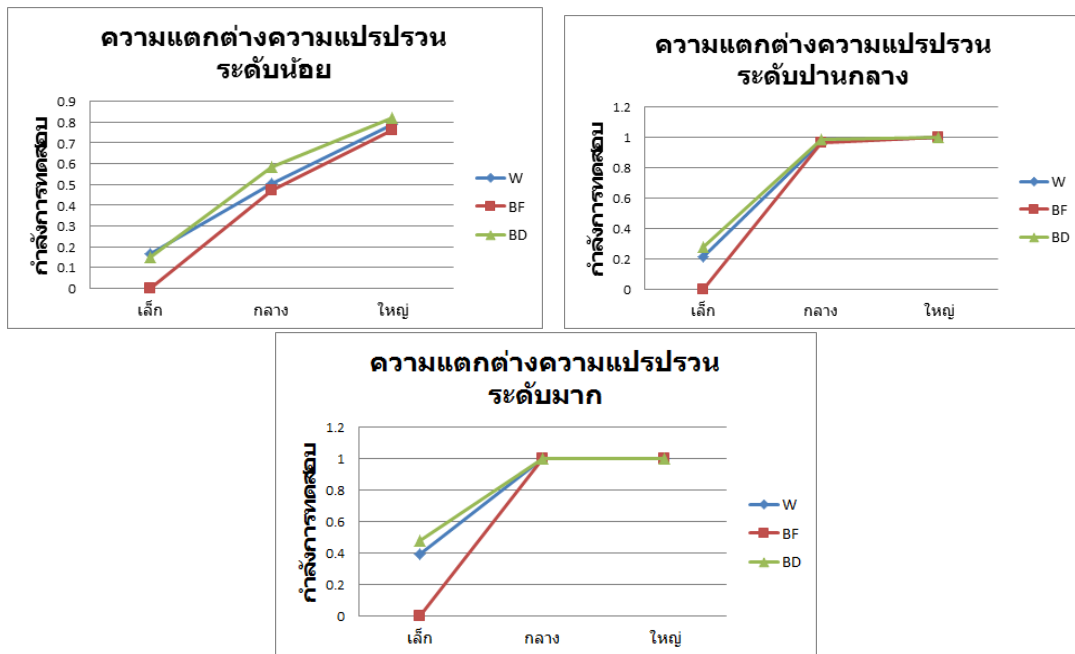
ตารางที่ 4 ค่าประมาณกำลังการทดสอบ ของการทดสอบทั้ง 3 ภายใต้การแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

| K | ระดับความแตกต่างของ ความแปรปรวน | ϕ | ตัวอย่างขนาดเล็ก | | | ตัวอย่างขนาดกลาง | | | ตัวอย่างขนาดใหญ่ | | |
|------------------------|------------------------------------|--------|------------------|----|-------|------------------|-------|-------|------------------|-------|-------|
| | | | W | BF | BD | W | BF | BD | W | BF | BD |
| ขนาดตัวอย่างเท่ากัน | | | | | | | | | | | |
| 3 | น้อย | 0.4714 | - | - | 0.104 | 0.431 | 0.403 | 0.479 | 0.719 | 0.694 | 0.754 |
| | ปานกลาง | 1.6330 | - | - | 0.188 | 0.951 | 0.934 | 0.979 | 0.999 | 0.999 | 0.999 |
| | มาก | 3.2298 | - | - | 0.336 | 0.996 | 0.996 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | น้อย | 0.4330 | - | - | 0.117 | 0.452 | 0.394 | 0.491 | 0.723 | 0.685 | 0.770 |
| | ปานกลาง | 2.2361 | - | - | 0.283 | 0.992 | 0.987 | 0.997 | 1 | 1 | 1 |
| | มาก | 3.4911 | - | - | 0.376 | 0.999 | 0.998 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | น้อย | 0.4000 | - | - | 0.131 | 0.421 | 0.355 | 0.506 | 0.706 | 0.667 | 0.791 |
| | ปานกลาง | 2.3324 | - | - | 0.333 | 0.995 | 0.989 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | มาก | 3.2863 | - | - | 0.448 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน | | | | | | | | | | | |
| 3 | น้อย | 0.4714 | 0.165 | - | 0.151 | 0.504 | 0.469 | 0.587 | 0.788 | 0.763 | 0.823 |
| | ปานกลาง | 1.6330 | 0.214 | - | 0.281 | 0.971 | 0.962 | 0.987 | 1 | 1 | 1 |
| | มาก | 3.2298 | 0.396 | - | 0.479 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | น้อย | 0.4330 | 0.224 | - | 0.280 | 0.597 | 0.563 | 0.657 | 0.807 | 0.784 | 0.858 |
| | ปานกลาง | 2.2361 | 0.340 | - | 0.383 | 0.994 | 0.992 | 0.999 | 1 | 1 | 1 |
| | มาก | 3.4911 | 0.425 | - | 0.470 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | น้อย | 0.4000 | 0.269 | - | 0.398 | 0.628 | 0.592 | 0.708 | 0.812 | 0.794 | 0.892 |
| | ปานกลาง | 2.3324 | 0.335 | - | 0.389 | 0.997 | 0.995 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | มาก | 3.2863 | 0.667 | - | 0.714 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

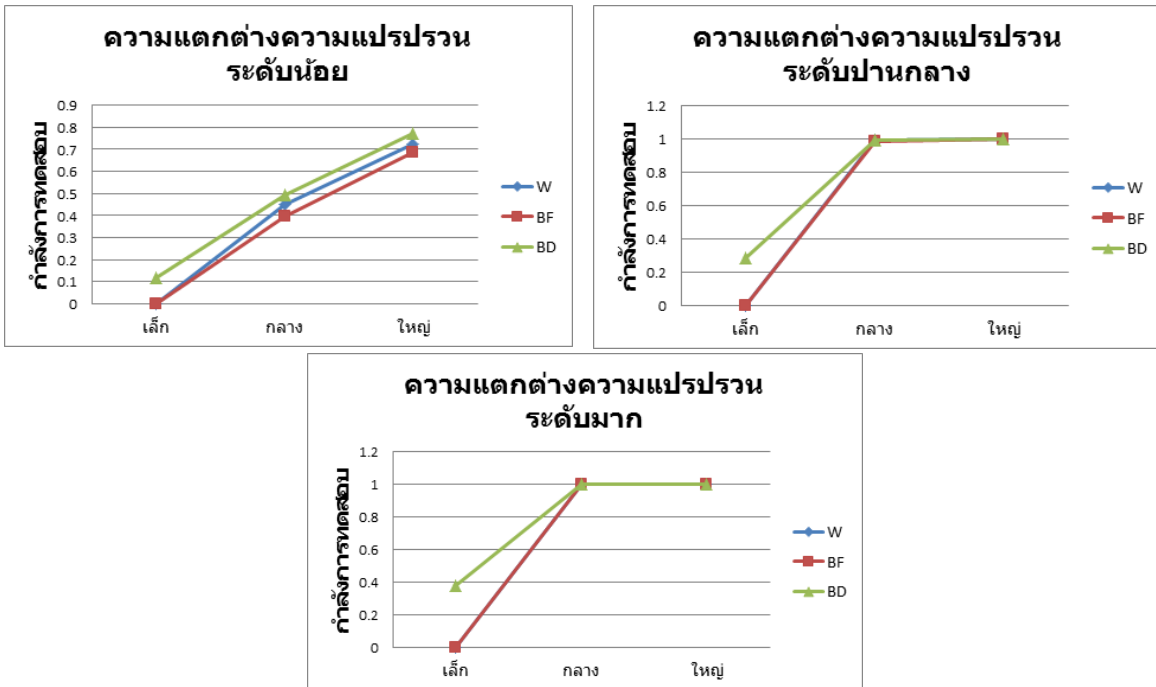
หมายเหตุ - ไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ จึงไม่ต้องหาค่าประมาณกำลังการทดสอบ



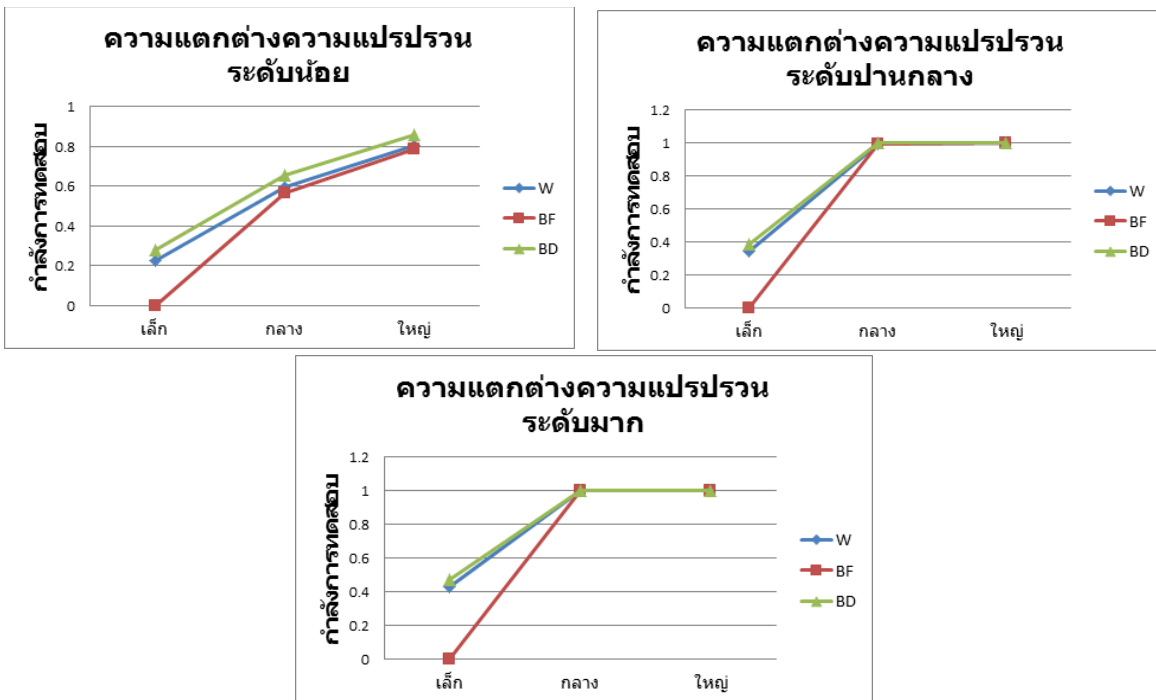
ภาพที่ 1 กำลังการทดสอบของแต่ละการทดสอบ กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันของประชากร 3 กลุ่ม



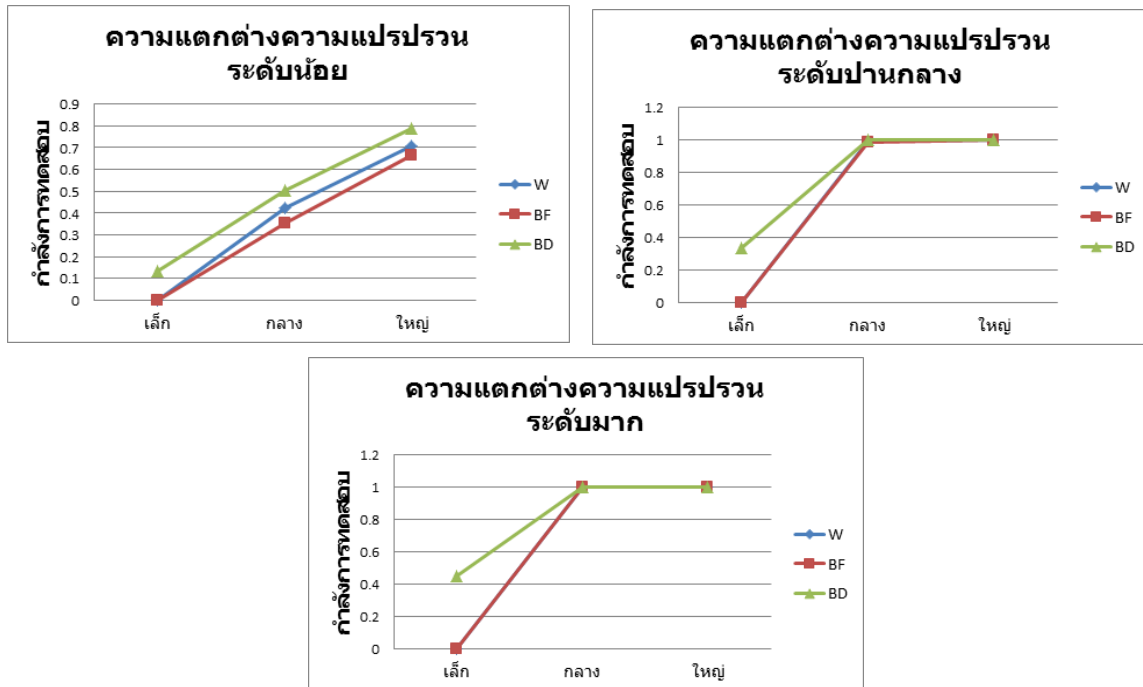
ภาพที่ 2 กำลังการทดสอบของแต่ละการทดสอบ กรณีขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน ของประชากร 3 กลุ่ม



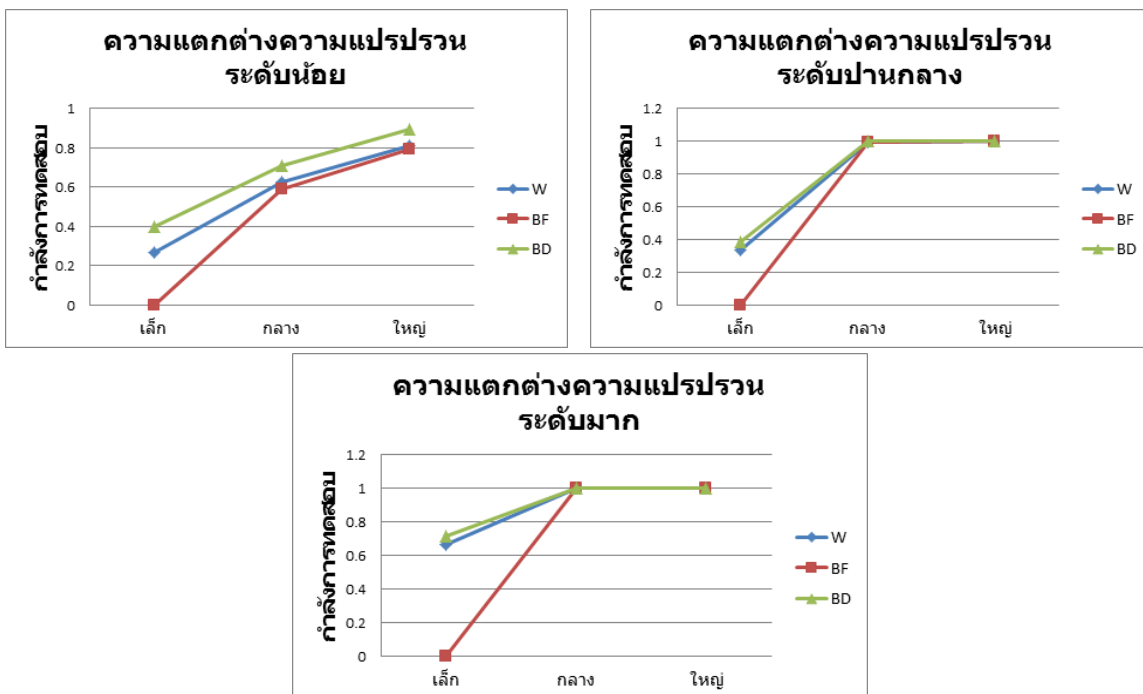
ภาพที่ 3 ค่าสังเกตทดสอบของแต่ละการทดสอบ กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันของประชากร 4 กลุ่ม



ภาพที่ 4 ค่าสังเกตทดสอบของแต่ละการทดสอบ กรณีขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน ของประชากร 4 กลุ่ม



ภาพที่ 5 กำลังการทดสอบของแต่ละการทดสอบ กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันของประชากร 5 กลุ่ม



ภาพที่ 6 กำลังการทดสอบของแต่ละการทดสอบ กรณีขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน ของประชากร 5 กลุ่ม

สรุปผลการวิจัย

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการทดสอบทั้ง 3 วิธี เมื่อพิจารณาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และกำลังการทดสอบ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ภายใต้การแจกแจงปกติ โดยกำหนดระดับความแตกต่างของความแปรปรวน 3 ระดับ ขนาดตัวอย่าง 3 ขนาด และกำหนดขนาดของตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่าและไม่เท่ากัน ผลสรุปดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 ผลการเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของการทดสอบทั้ง 3 วิธี

| k | ระดับความแตกต่าง ของความแปรปรวน | ขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากัน | | | ขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน | | |
|---|------------------------------------|-------------------------------|------|------|----------------------------------|------|------|
| | | เล็ก | กลาง | ใหญ่ | เล็ก | กลาง | ใหญ่ |
| 3 | น้อย | BD | BD | BD | W | BD | BD |
| | ปานกลาง | BD | BD | ALL | BD | BD | ALL |
| | มาก | BD | BD | ALL | BD | ALL | ALL |
| 4 | น้อย | BD | BD | BD | BD | BD | BD |
| | ปานกลาง | BD | BD | ALL | BD | BD | ALL |
| | มาก | BD | BD | ALL | BD | ALL | ALL |
| 5 | น้อย | BD | BD | BD | BD | BD | BD |
| | ปานกลาง | BD | BD | ALL | BD | BD | ALL |
| | มาก | BD | ALL | ALL | BD | ALL | ALL |

หมายเหตุ ALL คือ กำลังการทดสอบทั้ง 3 วิธีมีค่าเท่ากัน

จากตารางที่ 4 และ 5 พบว่าการทดสอบของเลวิน และการทดสอบของบันดารีและไดมีค่ากำลังการทดสอบที่ใกล้เคียงกัน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของบันดารีและได (Bhandary & Dai, 2009) และจากการเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของทั้ง 3 วิธี จะเห็นได้ว่าเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ค่ากำลังการทดสอบทั้ง 3 วิธี ไม่แตกต่างกันมากโดยมีค่าเข้าใกล้ 1 และภายใต้การจำลองข้อมูลแบบต่างๆ วิธีการทดสอบของบันดารีและไดให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดเกือบทุกสถานการณ์ และเมื่อระดับความแตกต่างของความแปรปรวนมีค่ามากขึ้นส่งผลให้กำลังการทดสอบสูงขึ้นตามไปด้วย

เอกสารอ้างอิง

Bhandary, M., & Dai, H. (2009). An alternative test for the equality of variances for several populations

when the underlying distributions are normal. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 38(1), 109-117.

Brown, M.B., & Forsythe, A.B. (1974). Rubust tests for the equality of variances. *Journal of the American Statistical Association*, 69, 364-367.

Cochran, W.G., (1954). Some methods for strengthening the common χ^2 tests. *Biometrics*, 10, 417-451.

Games, P.A., Winkler, H.B., & Probert, D. A. (1972). Robust tests for homogeneity of variance. *Educational and Psychological Measurement*, 32, 887-909.

Levene, H. (1960). Robust tests for equality of variances. *Contributions to probability and statistics: essay in honor of Harold Hotellings*, 278-292.

Thukaeow, P. (2009). *Comparison on Homogeneity Test of Variances*. Retrieved February 2, 2017, from <http://tdc.thailis.or.th/tdc/basic.php>

Smalheiser, N.R. (2017). Chapter 11: ANOVA. *Data Literacy*, 149-155.