ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า

The EOQ Model with Finite Replenishment Rate under Trade Credit Period Depending on the Order Quantity

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร[1]* อังคณา บุญดิเรก[1] และ สิทธิกรณ์ คำรอด[2]

Kanint Teerapabolarn[1]*, Ankana Boondirek[1] and Sittikorn Khamrod[2]

[1]ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

[1]Department of Mathematics, Faculty of Science, Burapha University

[2]สำนักการศึกษาทั่วไป สถาบันการจัดการปัญญาภิวัฒน์

[2]General Education, Panyapiwat Institute of Management

Received : 4 July 2017

Accepted : 10 August 2017

Published online : 7 September 2017

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของการศึกษาครั้งนี้ คือ หาตัวแบบ EOQ เพื่อใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังของร้านค้าปลีกที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า โดยในการหาตัวแบบที่ทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาต่ำสุด ได้ใช้วิธีพีชคณิตจัดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ของปริมาณการสั่งซื้อสินค้า นอกจากนี้ผลลัพธ์ในเชิงทฤษฎีและผลลัพธ์เชิงตัวเลขภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า ได้แสดงให้เห็นว่าค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาแปรผกผันกับคาบเวลาของเครดิตการค้า นั่นคือ การกำหนดให้คาบเวลาของเครดิตการค้ามีระยะเวลามากขึ้นจะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลามีค่าต่ำลง

คำสำคัญ : ตัวแบบ EOQ อัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด คาบเวลาของเครดิตการค้า

***Corresponding author. E-mail** :kanint@buu.ac.th

Abstract

The aim of this study is to determine EOQ model for finding the optimal order quantity of retailer's inventory system with finite replenishment rate under trade credit period depending on the order quantity. For determining this EOQ model that gives a minimum total cost per unit time, the algebraic method is formulated function of total cost per unit time to be completing the square form of the order quantity. In addition, theoretical and numerical results under trade credit period depending on the order quantity are shown that the total cost per unit time varies inversely with trade credit period, that is, a long trade credit period gives a minimum total cost per unit.

Keywords :EOQ model, finite replenishment rate, trade credit period

บทนำ

ในการศึกษาระบบสินค้าคงคลังของร้านค้าปลีก (Retailer) จะเกี่ยวข้องกับผู้ผลิตสินค้า (Supplier) ที่ร้านค้าปลีกไปจัดซื้อสินค้ามาจำหน่ายโดยตรง โดยทั่วไปผู้ผลิตสินค้าจะเลือกใช้นโยบายเครดิตการค้า (Trade credit policy) เพื่อจูงใจให้ร้านค้าปลีกซื้อสินค้าของตน ซึ่งนโยบายนี้เป็นองค์ประกอบสำคัญที่ทำให้ร้านค้าปลีกตัดสินใจว่าจะสั่งซื้อสินค้าจากผู้ผลิตสินค้ารายใด นโยบายเครดิตการค้าที่มีการศึกษาและได้ตีพิมพ์เผยแพร่ คือ การกำหนดระยะเวลาของการให้เครดิตกับร้านค้าปลีก หรือ เรียกว่า คาบเวลาของเครดิตการค้า (Trade credit period) ซึ่งในกรณีนี้ผู้ผลิตสินค้าจะเป็นผู้กำหนดว่าคาบเวลาควรมีระยะเวลายาวนานเท่าใด และผู้ที่ได้ศึกษาระบบสินค้าคงคลังของร้านค้าปลีกในลักษณะนี้เป็นบุคคลแรก คือ Goyal (1985) ซึ่งได้นำเสนอตัวแบบ EOQ (Economic Order Quantity) หรือตัวแบบของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุดในระบบสินค้าคงคลังของร้านค้าปลีก โดยได้กำหนดสมมุติฐานว่าคาบเวลาของเครดิตการค้าเป็นอิสระกับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า (Order quantity) และได้สมมุติให้ราคาขายและราคาซื้อของสินค้าต่อหน่วยของร้านค้าปลีกมีค่าเท่ากัน แต่ในบางสถานการณ์สมมุติฐานดังกล่าวอาจไม่สอดคล้องกับสถานการณ์จริงของระบบสินค้าคงคลังนี้ กล่าวคือ คาบเวลาของเครดิตการค้าอาจขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า เช่น ผู้ผลิตสินค้าอาจขยายคาบเวลาของเครดิตการค้าให้ยาวนานขึ้นเมื่อร้านค้าปลีกสั่งซื้อสินค้าในปริมาณมาก และในความเป็นจริงราคาขายและราคาซื้อสินค้าต่อหน่วยของร้านค้าปลีกอาจมีค่าไม่เท่ากัน ซึ่งในกรณีนี้ Teng (2002) ได้ปรับสมมุติฐาน และตัวแบบ EOQ ของ Goyal (1985) โดยสมมุติให้ราคาขายและราคาซื้อสินค้าต่อหน่วยของร้านค้าปลีกมีค่าไม่เท่ากัน และ Tu *et al*. (2008) ได้ปรับปรุงตัวแบบ EOQ ของ Goyal (1985) โดยปรับสมมุติฐานทั้งสองข้อใหม่ คือ ผู้ผลิตสินค้าจะขยายคาบเวลาของเครดิตการค้าให้มีระยะเวลามากขึ้น เมื่อร้านค้าปลีกสั่งซื้อสินค้าในปริมาณมาก นั่นคือ กำหนดให้คาบเวลาของเครดิตการค้าจะขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า และราคาขายและราคาซื้อสินค้าต่อหน่วยของร้านค้าปลีกไม่จำเป็นต้องมีค่าเท่ากัน (ราคาขายสินค้าต่อหน่วยมากกว่าหรือเท่ากับราคาซื้อสินค้าต่อหน่วย)

ถึงแม้ว่าตัวแบบ EOQ ของ Tu *et al*. (2008) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ดีกว่าตัวแบบ EOQ ของ Goyal (1985) เพราะว่าได้ผ่อนปรนสมมุติฐานที่เข้มงวดของ Goyal แต่สมมุติฐานในการจัดส่งสินค้าของผู้ผลิตให้กับร้านค้าปลีกนั้น ได้สมมุติให้การจัดส่งสินค้าสามารถจัดส่งสินค้าทั้งหมดได้ทันทีภายในครั้งเดียวหรือสามารถจัดส่งสินค้าด้วยอัตราอนันต์ (Infinite rate) ภายในครั้งเดียว ทำให้การเพิ่มสินค้าในระบบสินค้าคงคลังมีอัตราการเพิ่มสินค้าอนันต์ (Infinite replenishment rate) หลังจากร้านค้าปลีกได้สั่งซื้อสินค้า ซึ่งในความเป็นจริงข้อสมมุตินี้อาจกระทำไม่ได้ถ้าร้านค้าปลีกสั่งซื้อสินค้าในปริมาณมาก ๆ แต่อาจ

จัดส่งสินค้าด้วยอัตราจำกัด (Finite rate) จนครบตามปริมาณสินค้าที่ร้านค้าปลีกได้สั่งซื้อไว้ ซึ่งจะทำให้การเพิ่มสินค้าในระบบสินค้าคงคลังมีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด (Finite replenishment rate) ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จึงสนใจหาตัวแบบ EOQ ภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า แต่ในการจัดส่งสินค้าให้กับร้านค้าปลีกจะจัดส่งสินค้าในปริมาณจำกัดด้วยอัตราคงตัวจนครบตามปริมาณสินค้าที่ได้สั่งซื้อไว้ ในการหาตัวแบบที่ต้องการ หรือตัวแบบที่ทำให้ค่าใช้จ่ายรวมของระบบสินค้าคงคลังต่อหน่วยเวลามีค่าต่ำสุด จะใช้วิธีพีชคณิต (Algebraic method) ที่นำเสนอโดย Grubbström (1996) จัดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายรวมที่เกิดขึ้นให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ (Completing the square) ของปริมาณการสั่งซื้อสินค้า ซึ่งรายละเอียดของวิธีพีชคณิตนี้สามารถศึกษาเพิ่มเติมได้ในงานวิจัยของ Teerapabolarn and Pomsuk (2013) และ Teerapabolarn and Thornsri (2014) เป็นต้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อหาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า

สัญกรณ์ของตัวแบบและสมมุติฐานของตัวแบบ

สัญกรณ์(Notation)ที่ใช้ในตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า กำหนดดังนี้

D แทนอัตราความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลา

R แทนอัตราการจัดส่งสินค้าต่อหน่วยเวลา ($R > D$)

A แทนค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าต่อครั้ง (ต่อคาบ)

h แทนค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าต่อหน่วยสินค้าต่อหน่วยเวลา

δ แทนสัดส่วนของคาบเวลาของเครดิตการค้า ($0 \le \delta < 1$)

c แทนราคาสินค้าที่สั่งซื้อจากผู้ผลิตต่อหน่วยสินค้า

p แทนราคาสินค้าที่ร้านค้าปลีกจำหน่ายต่อหน่วยสินค้า

I_a แทนอัตราดอกเบี้ยที่ต้องจ่ายต่อหน่วยเงินตราที่ใช้ลงทุนในสินค้าคงคลังต่อหน่วยเวลา

I_b แทนอัตราดอกเบี้ยที่ได้รับต่อหน่วยเงินตราต่อหน่วยเวลา

S แทนปริมาณสินค้าคงคลังสูงสุด

S^* แทนปริมาณสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุด

Q แทนปริมาณการสั่งซื้อสินค้า

Q^* แทนปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุด

T แทนคาบเวลาในการสั่งซื้อสินค้าแต่ละครั้ง ($T = Q / D$)

N แทนคาบเวลาของเครดิตการค้าในการสั่งซื้อสินค้าแต่ละครั้ง ($N = \delta T$)

TC แทนค่าใช้จ่ายรวมของระบบสินค้าคงคลังต่อหน่วยเวลา

TC^* แทนค่าใช้จ่ายรวมของระบบสินค้าคงคลังต่อหน่วยเวลาต่ำสุด

สมมุติฐาน (Assumption) ของตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า มีดังนี้

1. ความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลามีค่าคงตัว และทราบค่าแน่นอน

2. ระยะเวลาระหว่างการสั่งซื้อสินค้าจนได้รับสินค้า หรือช่วงเวลานำ (Lead time) มีค่าเท่ากับศูนย์

3. การได้รับสินค้าที่สั่งซื้อจะไม่ได้รับทีเดียวทั้งหมดทันทีที่สั่งซื้อสินค้า แต่จะได้รับสินค้าเท่ากับอัตราการจัดส่งสินค้าที่จำกัดและคงตัว (มากกว่าอัตราความต้องการสินค้า) ต่อเนื่องจนครบตามปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อ

4. จะทำการสั่งซื้อสินค้าเมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงมาเท่ากับศูนย์หน่วย

6. ราคาสินค้าที่จำหน่ายของร้านค้าปลีกต้องมากกว่าหรือเท่ากับราคาต้นทุนที่ซื้อสินค้าจากผู้ผลิต

7. ระบบสินค้าคงคลังจะดำเนินไปเรื่อย ๆ อย่างต่อเนื่องไม่สิ้นสุด

8. ไม่ยอมให้มีสินค้าขาดแคลน

9. คาบเวลาของเครดิตการค้าจะขึ้นอยู่กับปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อของร้านค้าปลีก นั่นคือ $N = \delta T$

10. ในระหว่างคาบเวลาที่มีการสั่งซื้อสินค้าแต่ละครั้ง ถ้ายังไม่ถึงเวลาชำระเงินค่าสินค้าให้กับผู้ผลิตสินค้า รายได้จากการจำหน่ายสินค้าของร้านค้าปลีกทั้งหมดจะฝากไว้กับธนาคารเพื่อรับดอกเบี้ย และเมื่อถึงเวลาชำระเงินจะนำเงินที่ได้ทั้งหมด (รายได้จากการจำหน่ายสินค้าและรายได้จากดอกเบี้ยเงินฝาก) ไปชำระเงินค่าสินค้าและชำระเงินค่าดอกเบี้ยที่ลงทุนในสินค้าคงคลัง

วิธีดำเนินการวิจัย

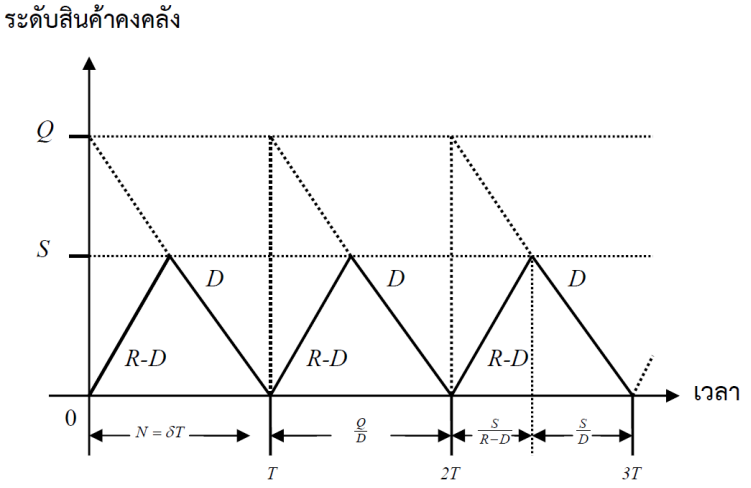
วิธีที่ใช้หาตัวแบบ EOQ สำหรับงานวิจัยนี้ คือ วิธีพีชคณิตที่เรียกว่ากำลังสองสมบูรณ์ ซึ่งนำเสนอโดย Grubbström (1996) หลักของวิธีนี้ คือ การใช้พีชคณิตจัดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ของปริมาณการสั่งซื้อสินค้า แล้วจึงหาตัวแบบ EOQ หรือตัวแบบของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุด โดยพิจารณาจากค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาที่มีค่าต่ำสุดนั่นคือ จัดฟังก์ชัน $\frac{1}{x}\left(b + \frac{a}{2d}x^2\right)$ ให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ดังนี้

$$\sqrt{\frac{2ab}{d}} + \frac{a}{2dx}\left(x - \sqrt{\frac{2bd}{a}}\right)^2 \qquad (1)$$

โดยที่ a, b และ d เป็นจำนวนจริงบวก และ x แทนตัวแปรตัดสินใจ ในที่นี้ คือ ปริมาณการสั่งซื้อสินค้า

ผลการวิจัยและวิจารณ์ผล

ระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า สามารถพิจารณาได้ดังภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 1 การเปลี่ยนแปลงของสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า

จากภาพที่ 1 เมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ Q หน่วย ที่ระดับสินค้าคงคลังเท่ากับ 0 หน่วย ผู้ผลิตจะจัดส่งสินค้าในอัตราคงตัวเท่ากับ R หน่วยต่อหน่วยเวลา ซึ่งจะทำให้ระดับสินค้าคงคลังมีค่าเพิ่มขึ้นในอัตราคงตัวเท่ากับ $R-D$ หน่วยต่อหน่วยเวลา การเพิ่มขึ้นของระดับสินค้าคงคลังจะถึงจุดสูงสุดเมื่อผู้ผลิตจัดส่งสินค้าครบตามที่ร้านค้าปลีกต้องการ และระดับสินค้าคงคลังสูงสุดมีค่าเท่ากับ S หน่วย ต่อจากนั้นระดับสินค้าคงคลังจะลดลงด้วยอัตราความต้องการคงตัวเท่ากับ D หน่วยต่อหน่วยเวลา จนกระทั่งระดับสินค้าคงคลังลดลงมาเท่ากับ 0 หน่วย จึงสั่งซื้อสินค้าอีกครั้งในปริมาณ Q หน่วย ซึ่งระบบสินค้าคงคลังจะดำเนินการแบบนี้ไปเรื่อย ๆ

ผลลัพธ์เชิงทฤษฎี

ผลลัพธ์ที่ต้องการหาในการวิจัยครั้งนี้ คือ ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้าของระบบสินค้าคงคลังข้างต้น หรือ ต้องการหาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้าโดยใช้วิธีพีชคณิต แต่การหาค่าใช้จ่ายรวมที่เกิดขึ้นในระบบสินค้าคงคลังนี้จะแตกต่างจากงานวิจัยของ Tu *et al*. (2008) เพราะอัตราการเพิ่มของสินค้าคงคลังแตกต่างกัน และจากภาพที่ 1 สังเกตได้ว่าในแต่ละคาบเวลาจะมีช่วงเวลาสองช่วง คือ $\frac{S}{R-D}$ และ $\frac{S}{D} = T - \frac{S}{R-D}$ ถ้าคาบเวลาของเครดิตการค้า (N) มีระยะเวลาน้อยกว่า $\frac{S}{R-D}$ หรือมีระยะเวลามากกว่า $\frac{S}{R-D}$ จะทำให้การหา

ค่าใช้จ่ายรวมมีความแตกต่างกัน ดังนั้นจึงแบ่งการหาตัวแบบ EOQ ออกเป็นสองกรณี คือ เมื่อ $0 \le N < \frac{S}{R-D}$ และ $\frac{S}{R-D} \le N < T$ ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบทที่ 1. ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุด ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุด และค่าใช้จ่ายรวมของระบบสินค้าคงคลังต่อหน่วยเวลาต่ำสุด สามารถหาได้ดังนี้

(i) ถ้า $0 \le N < \frac{S}{R-D}$ จะได้ว่า

$$Q^* = \sqrt{\frac{2ADR}{(h+cI_a)(R-D) - \left[cI_a(R-D)/D + pI_b\right]R\delta^2}} \tag{2}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2AD(R-D)}{(h+cI_a)R - \left[cI_a/D + pI_b/(R-D)\right]R^2\delta^2}} \tag{3}$$

และ

$$TC^* = \sqrt{\frac{2AD\left\{(h+cI_a)(R-D) - \left[cI_a(R-D)/D + pI_b\right]R\delta^2\right\}}{R}} \tag{4}$$

(ii) ถ้า $\frac{S}{R-D} \le N < T$ จะได้ว่า

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2}} \tag{5}$$

$$S^* = \frac{R-D}{R}\sqrt{\frac{2AD}{h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2}} \tag{6}$$

และ

$$TC^* = \sqrt{2AD\left[h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2\right]} \tag{7}$$

พิสูจน์ (i) ค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในหนึ่งคาบของระบบสินค้าคงคลังที่แสดงในภาพที่ 1 ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า ค่าใช้จ่ายของดอกเบี้ยที่เกิดจากการเก็บสินค้าคงคลัง และดอกเบี้ยเงินฝาก ซึ่งสามารถหาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าเท่ากับ A ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าเท่ากับ $\frac{hST}{2}$ ค่าใช้จ่ายของดอกเบี้ยที่เกิดจากมีสินค้าคงคลังเหลืออยู่เท่ากับ $cI_a\left\lfloor\frac{ST}{2} - \frac{(R-D)N^2}{2}\right\rfloor = cI_a\left\lfloor\frac{ST - (R-D)(\delta T)^2}{2}\right\rfloor$ และดอกเบี้ยเงินฝากเท่ากับ $\frac{pI_bDN^2}{2} = \frac{pI_bD(\delta T)^2}{2}$ ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลามีค่าเท่ากับ

$$
\begin{aligned}
TC &= \frac{1}{T}\left\{ A + \frac{hST}{2} + cI_a\left\lceil \frac{ST - (R-D)(\delta T)^2}{2} \right\rceil - \frac{pI_bD(\delta T)^2}{2} \right\} \\
&= \frac{A}{T} + \frac{hS}{2} + cI_a\left\lceil \frac{S - (R-D)\delta^2 T}{2} \right\rceil - \frac{pI_bD\delta^2 T}{2} \\
&= \frac{AD}{Q} + \frac{(h+cI_a)S}{2} - cI_a\left\lceil \frac{(R-D)\delta^2 Q}{2D} \right\rceil - \frac{pI_bD\delta^2 Q}{2D} \qquad (\text{เพราะว่า } T = Q/D) \\
&= \frac{AD}{Q} + \frac{(h+cI_a)S}{2} - \frac{\left[cI_a(R-D) + pI_bD\right]\delta^2 Q}{2D} \qquad (8)
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก $Q = DT = D\left(\frac{S}{R-D} + \frac{S}{D}\right) = \frac{RS}{R-D}$ จะได้ $S = \frac{(R-D)Q}{R}$ แทนค่า S ในสมการ (8) จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
TC &= \frac{AD}{Q} + \frac{(h+cI_a)(R-D)Q}{2R} - \frac{\left[cI_a(R-D) + pI_bD\right]\delta^2 Q}{2D} \\
&= \frac{1}{Q}\left\lceil AD + \frac{(h+cI_a)(R-D)Q^2}{2R} - \frac{\left[cI_a(R-D) + pI_bD\right]\delta^2 Q^2}{2D} \right\rceil \\
&= \frac{1}{Q}\left\{ AD + \left\lceil \frac{(h+cI_a)(R-D) - \left[cI_a(R-D)/D + pI_b\right]R\delta^2}{2R} \right\rceil Q^2 \right\} \\
&= \frac{(h+cI_a)(R-D) - \left[cI_a(R-D)/D + pI_b\right]R\delta^2}{2RQ}\left(Q - \sqrt{\frac{2ADR}{(h+cI_a)(R-D) - \left[cI_a(R-D)/D + pI_b\right]R\delta^2}} \right)^2 \\
&\quad + \sqrt{\frac{2AD\left\{(h+cI_a)(R-D) - \left[cI_a(R-D)/D + pI_b\right]R\delta^2\right\}}{R}} \qquad (\text{โดย (1)}) \qquad (9)
\end{aligned}
$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าในสมการ (9) TC จะมีค่าต่ำสุดเมื่อ $Q = \sqrt{\frac{2ADR}{(h+cI_a)(R-D) - \left[cI_a(R-D)/D + pI_b\right]R\delta^2}}$ ดังนั้นปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุด

$$
Q^* = \sqrt{\frac{2ADR}{(h+cI_a)(R-D) - \left[cI_a(R-D)/D + pI_b\right]R\delta^2}}
$$

เมื่อแทนค่า Q ใน $S = \frac{(R-D)Q}{R}$ ด้วย Q^* จะได้ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุด

$$
S^* = \sqrt{\frac{2AD(R-D)}{(h+cI_a)R - \left[cI_a/D + pI_b/(R-D)\right]R^2\delta^2}}
$$

และค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาต่ำสุดมีค่าเท่ากับ

$$
TC^* = \sqrt{\frac{2AD\left\{(h+cI_a)(R-D) - \left[cI_a(R-D)/D + pI_b\right]R\delta^2\right\}}{R}}
$$

ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ในสมการ (2), (3) และ (4) ตามต้องการ

(ii) ค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในหนึ่งคาบของระบบสินค้าคงคลังจะเหมือนกับที่พิจารณาใน (i) ยกเว้น ค่าใช้จ่ายของดอกเบี้ยที่เกิดจากการเก็บสินค้าคงคลังสามารถหาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายของดอกเบี้ยที่เกิดจากการเก็บสินค้าคงคลังเท่ากับ $\frac{cI_aD(T-N)^2}{2} = \frac{cI_aD(1-\delta)^2T^2}{2}$ ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลามีค่าเท่ากับ

$$
\begin{aligned}
TC &= \frac{1}{T}\left\{A + \frac{hST}{2} + \frac{cI_aD(1-\delta)^2T^2}{2} - \frac{pI_bD(\delta T)^2}{2}\right\} \\
&= \frac{A}{T} + \frac{hS}{2} + \frac{cI_aD(1-\delta)^2T}{2} - \frac{pI_bD\delta^2T}{2} \\
&= \frac{AD}{Q} + \frac{hS}{2} + \frac{cI_a(1-\delta)^2Q}{2} - \frac{pI_b\delta^2Q}{2} \qquad \text{(เพราะว่า } T = Q/D\text{)} \\
&= \frac{AD}{Q} + \frac{h(R-D)Q/R}{2} + \frac{cI_a(1-\delta)^2Q}{2} - \frac{pI_b\delta^2Q}{2} \quad \text{(เพราะว่า } S = (R-D)Q/R\text{)} \\
&= \frac{1}{Q}\left\{AD + \left[\frac{h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2}{2}\right]Q^2\right\} \\
&= \frac{h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2}{2Q}\left(Q - \sqrt{\frac{2AD}{h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2}}\right)^2 \\
&\quad + \sqrt{2AD\left[h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2\right]} \qquad \text{(โดย (1))} \qquad (10)
\end{aligned}
$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าในสมการ (10) TC จะมีค่าต่ำสุดเมื่อ $Q = \sqrt{\frac{2AD}{h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2}}$ ดังนั้นปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุด

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2}}$$

เมื่อแทนค่า Q ใน $S = \frac{(R-D)Q}{R}$ ด้วย Q^* จะได้ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุด

$$S^* = \frac{R-D}{R}\sqrt{\frac{2AD}{h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2}}$$

และค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาต่ำสุดมีค่าเท่ากับ

$$TC^* = \sqrt{2AD\left[h(R-D)/R + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2\right]}$$

ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ในสมการ (5), (6) และ (7) ตามต้องการ □

หมายเหตุ 1. เนื่องจาก $N = \delta T = \frac{\delta Q}{D}$ ดังนั้นคาบเวลาของเครดิตการค้าจะขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า โดยตรง นั่นคือ ถ้าสั่งซื้อสินค้าในปริมาณมากคาบเวลาของเครดิตการค้าจะยาว และถ้าสั่งซื้อสินค้าในปริมาณน้อยคาบเวลาของเครดิตการค้าจะสั้น แต่จะเห็นได้ว่าค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลา (TC^*) แปรผกผันกับคาบเวลาของเครดิตการค้า กล่าวคือ คาบเวลาของเครดิตการค้าที่มีระยะเวลายาวจะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลามีค่าต่ำลง เพราะว่าค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลา $TC^* = \frac{2AD}{Q^*}$ แปรผกผันกับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า

2. ในการตรวจสอบเงื่อนไข $0 \le N < \frac{S}{R-D}$ สามารถตรวจสอบจาก $0 \le \frac{\delta}{D} < \frac{1}{R}$ และในการตรวจสอบเงื่อนไข $\frac{S}{R-D} \le N < T$ สามารถตรวจสอบจาก $\frac{1}{R} \le \frac{\delta}{D} < \frac{1}{D}$ เพราะว่า $N = \delta T = \frac{\delta Q}{D}$ และ $\frac{S}{R-D} = \frac{(R-D)Q/R}{R-D} = \frac{Q}{R}$

3. เมื่ออัตราการจัดส่งสินค้าของผู้ผลิตเป็นอนันต์ (สมมุติฐานที่อยู่ในงานวิจัยของ Tu *et al*. (2008)) นั่นคือ เมื่อ $R \to \infty$ แล้วจะได้ว่า $\frac{R}{R-D} \to 1$, $\frac{S}{R-D} \to 0$ และ $S = Q$ ทำให้ผลลัพธ์ในทฤษฎีบทที่ 1 และผลลัพธ์ในงานวิจัยของ Tu *et al*. (2008) เป็นผลลัพธ์เดียวกัน ดังบทแทรกต่อไปนี้

บทแทรกที่ 1.ถ้า $R \to \infty$ แล้วจะได้ว่า ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุด และค่าใช้จ่ายรวมของระบบสินค้าคงคลังต่อหน่วยเวลาต่ำสุด เป็นดังนี้

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2}} \tag{11}$$

และ

$$TC^* = \sqrt{2AD\left[h + cI_a(1-\delta)^2 - pI_b\delta^2\right]} \tag{12}$$

ผลลัพธ์เชิงตัวเลข

เมื่อได้ผลลัพธ์ในเชิงทฤษฎีมาแล้ว ต่อไปจะเป็นการนำเสนอผลลัพธ์เชิงตัวเลขเพื่อแสดงการประยุกต์ใช้ผลลัพธ์ในเชิงทฤษฎีที่ได้มา ดังต่อไปนี้

กำหนดให้อัตราความต้องการสินค้า $D = 6000$ หน่วยต่อปี ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า $A = 3500$ บาทต่อครั้ง อัตราการจัดส่งสินค้า $R = 10000$ หน่วยต่อปี ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า $h = 150$ บาทต่อหน่วยต่อปี ราคาสินค้าที่สั่งซื้อ $c = 1500$ บาทต่อหน่วย ดอกเบี้ยเงินกู้ $I_a = 8\%$ ของเงินกู้ต่อปี และ ดอกเบี้ยเงินฝาก $I_b = 1\%$ ของเงินฝากต่อปี โดยที่สัดส่วนของคาบเวลาของเครดิตการค้า $\delta = 0.1,\ 0.4$ และ 0.8 และราคาสินค้าที่จำหน่าย $p = 1850,\ 2200$ และ 2700 บาทต่อหน่วย ดังนั้นผลลัพธ์เชิงตัวเลขในทฤษฎีบทที่ 1 สามารถแสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุด ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุด และค่าใช้จ่ายรวมของระบบสินค้าคงคลังต่อหน่วยเวลาต่ำสุดที่มีการเปลี่ยนแปลงตามค่าของ δ และ p

	$\delta = 0.1$			$\delta = 0.4$			$\delta = 0.8$		
p	Q^*	S^*	TC^*	Q^*	S^*	TC^*	Q^*	S^*	TC^*
1850	626.47	250.59	67042.00	674.78	269.91	62242.11	890.53	356.21	47162.70
2200	626.56	250.63	67031.04	676.84	270.74	62052.88	909.99	363.99	46154.52
2700	626.72	250.69	67015.37	679.81	271.93	61781.55	940.13	376.05	44674.83

จากผลลัพธ์เชิงตัวเลขต่าง ๆ ที่ได้แสดงในตารางที่ 1 ได้ชี้ให้เห็นว่าเมื่อกำหนดสัดส่วนของคาบเวลาของเครดิตการค้าคงตัว ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุด (Q^*) จะแปรผันโดยตรงกับราคาสินค้าที่จำหน่าย (p) แต่ค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาต่ำสุด (TC^*) จะแปรผกผันกับราคาสินค้าที่จำหน่าย (เพราะว่าค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาต่ำสุดแปรผกผันกับปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุด) ในทำนองเดียวกันเมื่อกำหนดราคาสินค้าที่จำหน่ายคงตัว ค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาต่ำสุดจะแปรผกผันกับคาบเวลาของเครดิตการค้า ซึ่งสอดคล้องกับผลลัพธ์ในทฤษฎีบทที่ 1 ดังที่กล่าวไว้ในหมายเหตุข้อที่ 1

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาครั้งนี้เป็นการปรับสมมุติฐานของระบบสินค้าคงคลังของร้านค้าปลีกภายใต้คาบเวลาของเครดิตการค้าที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้าที่นำเสนอโดย Tu *et al*. (2008) ซึ่งเป็นการปรับสมมุติฐานของอัตราการจัดส่งสินค้าของผู้ผลิตให้สอดคล้องกับความเป็นจริงมากขึ้น โดยปรับจากข้อสมมุติเดิมที่ว่าอัตราการจัดส่งสินค้ามีค่าอนันต์เป็นอัตราการจัดส่งสินค้ามีค่าจำกัด และได้หาตัวแบบ EOQเพื่อใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าที่ทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาต่ำสุด โดยใช้วิธีพีชคณิตจัดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ของปริมาณการสั่งซื้อสินค้า นอกจากนี้ผลลัพธ์ในเชิงทฤษฎีและผลลัพธ์เชิงตัวเลขทำให้ทราบว่าเมื่อคาบเวลาของเครดิตการค้าขึ้นอยู่กับปริมาณการสั่งซื้อสินค้า จะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลาแปรผกผันกับคาบเวลาของเครดิตการค้ากล่าวคือ การกำหนดให้คาบเวลาของเครดิตการค้ามีระยะเวลายาวจะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมต่อหน่วยเวลามีค่าต่ำลง ดังนั้นคาบเวลาของเครดิตการค้าจะเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่ช่วยให้ร้านค้าปลีกสามารถตัดสินใจเลือกซื้อสินค้าจากแหล่งผลิตต่าง ๆ ได้ดีขึ้น

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา บางแสน ชลบุรี ที่ได้จัดสรรเงินงบประมาณเงินรายได้ประจำปี ๒๕๖๐เพื่อสนับสนุนการวิจัยครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

Goyal, S. K. (1985). Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments. *Journal of the Operational Research Society, 36*(4), 335-338.

Grubbström, R. W. (1996). *Material Requirements Planning and Manufacturing Resource Planning*. International Encyclopedia of Business and Management. Routledge, London.

Teerapabolarn, K., & Pomsuk, W. (2013). The EOQ model with continuous replenishment rate and price increases derived algebraically. *Srinakharinwirot Science Journal, 29*(2), 43-58. (in Thai)

Teerapabolarn, K., & Thornsri, N. (2014). Determination of the EOQ model with special sales price by algebraic method. *Srinakharinwirot Science Journal, 30*(1), 193-207. (in Thai)

Teng, J. T. (2002). On the economic order quantity under conditions of permissible delay in payments. *Journal of the Operational Research Society, 53*(8), 915-918.

Tu, Y. C., Hsu, K. H., & Huang, Y. F. (2008). Retailer's economic order quantity under trade credit period depending on the order quantity without calculus. *Journal of Applied Sciences, 8*(15), 2785-2787.